

ALEJANDRO RAFAEL GARCÍA RAMÍREZ

**CONTROLE DE POSIÇÃO DE ROBÔS
MANIPULADORES COM
TRANSMISSÕES FLEXÍVEIS
CONSIDERANDO A COMPENSAÇÃO DE
ATRITO**

FLORIANÓPOLIS

2003

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Controle de Posição de Robôs Manipuladores
com Transmissões Flexíveis Considerando a
Compensação de Atrito**

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**

Alejandro Rafael García Ramírez

Florianópolis, março de 2003

Controle de Robôs Manipuladores com Transmissões Flexíveis

Considerando a Compensação de Atrito

Alejandro Rafael Garcia Ramirez

Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de **Doutor em Engenharia Elétrica**, Área de concentração em **Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr. - Orientador - UFSC

Edson Roberto De Pieri, Dr. - UFSC
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Presidente - UFSC

Werner Kraus Júnior, Dr.
UFSC

Prof. Raul Guenther, Dr.
Co-orientador - UFSC

Fernando Cesar Lizarralde, Dr.
UFRJ

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.
UFSC

Marcel Bergerman, Dr.
Instituto Genius

"Lo importante no es saber donde estás, sino para donde quieres ir ..."(Goethe)

À minha esposa Amarilys, pelo amor e compreensão
Às minhas pequenas e queridas filhas Alejandra, Anais e Alicia
À minha querida irmã Georgina
Aos meus pais Mirta e Angel, pelo apoio e carinho de sempre ...

Agradecimentos

Quando cheguei ao Brasil para realizar estudos de pós-graduação, pensei que esta seria apenas uma viagem de estudos. Me enganei, pois a viagem resultou numa experiência de vida. Hoje, neste momento de reflexão, me dou conta de que são muitas as pessoas às quais gostaria de agradecer pela presença nesta fase da minha vida.

Em primeiro lugar agradeço a minha família pela compreensão, carinho e apoio. Foram muitos anos de trabalho durante os quais a atenção dedicada a eles ficou em segundo plano em diversos momentos.

Agradeço também aos meus amigos, sempre presentes nos momentos difíceis e nos momentos de celebração, são eles: Fonseca e família (minha primeira família em Brasil), Damian e Nelkis (me acolheram nos primeiros e difíceis dias), Tessy e Pedro (pela criatividade), Abiel (o querido primo), Douglas (pela alegria nas festas), René (pelo jeito cubano de ser), Frank e Niubis (pelos deliciosos pratos cubanos), Felix (pelas crônicas de Cuba), Taboada (sua indicação me ajudou no meu primeiro emprego), Anselmo (o mais simpático dos amigos brasileiros), Hugo e Rita (pela amizade), Gloria e Alexander (pelos momentos de alegria com as crianças), Adriano e família (pela excelente relação de trabalho e pelo café aos sábados), Maria Izabel (minha dentista favorita, espero que dê um desconto no valor das consultas), Alcira (mãe da Izabel), Cremilda (a vovô das minhas filhas), Celma (pelo carinho e amizade), Ricardo e família (presentes em todos os momentos), Imar e família (nossa mais recente amizade) e a Mónica (nossa querida pediatra, pelos tantos momentos em que cuida da saúde das minhas filhas). Um agradecimento especial para José Eli Dos Santos e suas quatro mulheres, sua amizade é um presente para nós.

Não poderiam faltar nesta relação os meus colegas do DAS: Augusto o baiano, Isabel, Karina, Cesar, Cris, Michelle, Vallim, Rodrigo, Golin, Fabiano, Javier, Passold e Valdiero, e outros tantos com os quais partilhei o difícil caminho da pós-graduação.

Também queria agradecer aos meus colegas e amigos de Cuba, Pedro Larrea, Alejandro Duran, Francisco Fernández (Pancho), Omar Morales e Margarita Cobas pelo contato mantido nesses anos todos.

Agradeço encarecidamente aos meus orientadores, Edson Roberto De Pieri e

Raul Guenther, pela paciência, conhecimento e o tempo dispensando. Sempre levarei comigo o que aprendi com eles.

Agradeço ainda aos professores que integraram a banca pelas contribuições no aprimoramento da versão final da tese.

Finalmente, gostaria também de agradecer à CAPES pelo suporte material e financeiro durante os dois primeiros anos da tese e, em particular, aos professores do Departamento de Automação e Sistemas e do LASHIP da UFSC pela acolhida e pela oportunidade de desenvolver este trabalho de tese.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Controle de Posição de Robôs Manipuladores com Transmissões Flexíveis
Considerando a Compensação de Atrito**

Alejandro Rafael García Ramírez

Março/2003

Orientador: Edson Roberto De Pieri, Dr.

Co-orientador: Raul Guenther, Dr.

Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial

Palavras-chave: Controle de Robôs, Atrito, Transmissões Flexíveis, Controle em Cascata

Número de Páginas: 115

Este trabalho trata o problema de controle de posição de robôs manipuladores com transmissões flexíveis. No desenvolvimento da tese é descrita uma metodologia de controle baseada no controle em cascata e na teoria da passividade. A estratégia de controle em cascata permite a divisão do modelo do robô em dois subsistemas interconectados: o subsistema dos elos e o subsistema das transmissões. Esta divisão permite a compensação do atrito presente na estrutura mecânica do robô. A propriedade da passividade que existe entre o torque e a velocidade angular dos rotores é utilizada na metodologia de controle descrita. A aplicação da propriedade da passividade permite garantir robustez na lei de controle, mesmo sem o cancelamento exato das não linearidades do modelo do robô.

Os resultados teóricos, as simulações, os experimentos realizados e a identificação dos parâmetros do robô com transmissões flexíveis, construído para tal finalidade, mostram a validade da técnica apresentada no seguimento de trajetórias nesse tipo de robôs.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

Position Control of Robot Manipulators with Joint Flexibility Considering Friction Compensation

Alejandro Rafael García Ramírez

March/2003

Advisor: Edson Roberto De Pieri, Dr.

Co-advisor: Raul Guenther, Dr.

Area of Concentration: Control, Automation and Industrial Informatics

Keywords: Robot Control, Friction, Joint Flexibility, Cascade Control

Number of Pages: 115

The position control of manipulators with joint flexibility is studied in this work. A control methodology based on the cascade control approach and passivity is described. The cascade control strategy consists in dividing the robot model into two subsystems: a link subsystem and a transmission subsystem. The proposed approach allows that the friction in the mechanical system be compensated. The control strategy takes into account that the relation between torque and rotor's angular velocities is passive. The passivity properties also guarantees robustness of the control without cancelling the nonlinearities of the robot model.

The control strategy was tested in a robot prototype, specially built for this purpose. This work presents the theoretical and experimental results which illustrates the applicability of the control methodology.

Resumen de la Tesis presentada a la UFSC como parte dos requisitos necesarios para la obtención del grado de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Control de Posición de Robots Manipuladores con Transmisiones Flexibles
Considerando la Compensación de la Fricción**

Alejandro Rafael García Ramírez

Marzo/2003

Orientador: Edson Roberto De Pieri, Dr.

Co-orientador: Raul Guenther, Dr.

Área de Concentración: Control, Automatización e Informática Industrial

Palabras-chave: Control de Robots, Fricción, Transmisión Flexible, Control em Cascada

Número de Páginas: 115

Este trabajo aborda el proyecto de controladores aplicados en robots manipuladores con transmisiones flexibles. En la tesis se describe una metodología basada en la técnica de control en cascada y en la teoría de la pasividad. La técnica de control en cascada permite la división del modelo del robot en dos subsistemas interconectados: el subsistema de los eslabones y el subsistema de las transmisiones. Esta división en cascada permite introducir la compensación dinámica de la fricción en la estructura mecánica del robot. En la metodología de control propuesta, se utiliza a propiedad de la pasividad que existe entre el torque aplicado y la velocidad angular de los rotores. La propiedad de la pasividad permite garantizar la robustez del control sin la necesidad del cancelamiento preciso de las no linealidades del modelo del robot.

Los resultados teóricos, las simulaciones, los experimentos realizados y la identificación de los parámetros de un prototipo de robot flexible, construido para esta finalidad, muestran la validez de la técnica propuesta en la tesis en el proyecto de tareas donde se realiza el control de trayectoria de robots con transmisiones elásticas.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.1.1	Problema de controle	2
1.2	Revisão bibliográfica	4
1.2.1	Atrito	7
1.3	Objetivos e Contribuições	8
1.4	Estrutura da Tese	9
2	Modelo do Robô	11
2.1	Modelo do robô rígido	11
2.1.1	Propriedades do modelo	12
2.2	Modelo do robô flexível	12
2.2.1	Propriedades do modelo	17
2.2.2	Efeitos introduzidos pela flexibilidade	17
2.3	Limitações das técnicas de controle clássicas	23
2.4	O problema do atrito	26
2.5	Conclusões	30
3	Metodologias de Controle	33
3.1	Controle em cascata	33
3.2	Modelo em cascata	34
3.2.1	Hipóteses para o projeto do controlador	35
3.3	Controle em cascata baseado na teoria da passividade	35
3.3.1	Seguimento de trajetória no subsistema dos elos	36
3.3.2	Controle de trajetória no subsistema dos rotores	37
3.3.3	Análise de estabilidade	38
3.4	Incertezas e perturbações	39

3.5	Controle baseado no backstepping	40
3.5.1	Passo 1	40
3.5.2	Passo 2	40
3.5.3	Passo 3	41
3.6	Estratégia de controle em cascata com compensação de atrito	42
3.6.1	Observador para o torque de atrito	43
3.6.2	Seguimento de trajetória no subsistema dos elos com compensação do atrito	44
3.6.3	Controle de trajetória no subsistema dos rotores	45
3.6.4	Análise de estabilidade	45
3.7	Conclusões	48
4	Protótipo de robô com transmissões flexíveis	51
4.1	Modelo do Robô	51
4.1.1	Parâmetros do manipulador	54
4.1.2	Medições indiretas	55
4.2	Estimativa dos parâmetros de atrito	61
4.3	Conclusões	68
5	Resultados	69
5.1	Descrição do experimento	69
5.1.1	Instalação experimental	70
5.1.2	Estrutura de Controle	71
5.1.3	Medição de velocidade	72
5.2	Limitações das técnicas de controle clássicas	72
5.3	Controle em cascata	77
5.4	Conclusões	87
6	Conclusões	91
A	Definições básicas	95
A.1	Subsistemas em cascata	95
A.2	Lema de Gershgorim	96
B	Passividade	97
B.1	Propriedade da Passividade	97
B.2	Controle baseado na passividade	97

B.3	Passividade no modelo do robô com transmissão flexível	98
C	Controle Adaptativo e a Estrutura Variável	101
C.0.1	Seguimento de trajetória no subsistema dos elos	101
C.0.2	Controle de trajetória no subsistema dos rotores	103
C.0.3	Análise de estabilidade	104

Lista de Tabelas

1.1	Frequência natural de oscilação medida na primeira junta.	3
2.1	Parâmetros do robô.	18
4.1	Resultado das medições de massa.	55
4.2	Resultado das medições de comprimento.	55
4.3	Resultado das medições dos centros de gravidade.	57
4.4	Resultado das medições dos centros de gravidade	59
4.5	Resultado das medições das constantes de mola.	60
4.6	Parâmetros robô.	61
4.7	Primeiro elo: Coeficientes estáticos do modelo LuGre.	65
4.8	Segundo elo: Coeficientes estáticos do modelo LuGre.	65
4.9	Observador de atrito: Coeficientes do modelo LuGre.	67
5.1	Coeficientes da lei de controle PID.	73
5.2	Ganhos do controlador.	78

Lista de Figuras

1.1	Rotex: robô projetado para aplicações espaciais.	4
2.1	Modelo de um robô com um elo rígido e uma transmissão flexível.	13
2.2	Interconexão dos subsistemas dos elos e rotores.	16
2.3	Manipulador planar com um elo rígido.	18
2.4	Compensador proporcional.	19
2.5	Posição dos pólos e lugar das raízes do modelo rígido.	19
2.6	Manipulador planar com um elo rígido e uma transmissão flexível.	20
2.7	Compensador proporcional.	20
2.8	Posição dos pólos e lugar das raízes do modelo flexível.	21
2.9	Diagrama de Bode: Modelo flexível.	21
2.10	Compensador proporcional	22
2.11	Posição dos pólos e zeros e lugar das raízes do modelo flexível.	22
2.12	Diagrama de Bode do modelo flexível.	23
2.13	Compensador PD.	24
2.14	Lugar das raízes para o controle PD nas coordenadas do rotor no modelo flexível.	24
2.15	Controle PD: Resposta ao degrau nas coordenadas do rotor	25
2.16	Lugar das raízes para o controle PD nas coordenadas do elo no modelo flexível.	26
2.17	Resposta considerando o modelo LuGre para o atrito - resultado de simulação.	27
2.18	Representação da região de contato entre duas superfícies.	28
2.19	Mapas estáticos de forças de atrito versus velocidade constante.	28
2.20	Microdeslocamentos no regime de pré-deslizamento.	29
2.21	Curva estática da força de atrito versus velocidade constante.	30
3.1	Interconexão dos subsistemas dos elos e rotores.	34
3.2	Estrutura de controle.	35
3.3	Estrutura de controle.	42

4.1	Desenho do robô.	52
4.2	Eixos de rotação do robô.	52
4.3	Cinemática e parâmetros do robô.	53
4.4	Aparato experimental para a determinação dos centros de gravidade dos braços.	56
4.5	Aparato experimental para a determinação dos momentos de inércia dos braços.	57
4.6	Aparato experimental para a determinação das constantes de mola.	59
4.7	Mapa estático de velocidade versus torque de atrito.	62
4.8	Deslocamento do elo a velocidade constante.	63
4.9	Velocidade do elo.	63
4.10	Torque obtido a velocidade constante.	64
4.11	Mapa estático de velocidade versus torque de atrito.	64
4.12	Experimento para a determinação dos parâmetros dinâmicos: torque de controle em malha aberta.	67
4.13	Experimento para a determinação dos parâmetros dinâmicos: posição medida e posição simulada do elo.	67
5.1	Instalação experimental utilizada nos testes de controle do robô com flexibilidade.	70
5.2	Principais elementos do sistema de controle.	70
5.3	Estrutura do controlador.	71
5.4	Controle PID: Posição e posição desejada - resultado experimental.	74
5.5	Controle PID: Posição e posição desejada - resultado de simulação.	74
5.6	Controle PID: Colisão - resultado experimental.	75
5.7	Controle PID: Colisão - resultado de simulação.	75
5.8	Controle PID: Fenômeno de adere-desliza - resultado experimental.	76
5.9	Controle PD a altas velocidades: Posição e posição desejada - resultado de simulação.	77
5.10	Controle em Cascata: Posição e posição desejada - resultado experimental.	79
5.11	Controle em Cascata sem compensação do atrito: Posição e posição desejada - resultado experimental.	80
5.12	Controle em Cascata considerando a compensação do atrito: Posição atual e posição desejada - resultado experimental.	81
5.13	Controle em Cascata considerando a compensação do atrito: Torque de controle e torque devido ao atrito - resultado experimental.	81
5.14	Controle em Cascata: Posição do elo e torque de atrito - resultado de simulação.	82
5.15	Controle em Cascata: Erros de seguimento - resultado experimental	82

5.16 Controle em Cascata: Posição atual e posição desejada a baixas velocidades - resultado experimental.	83
5.17 Controle em Cascata: Torque de atrito e posição do elo - resultado experimental.	83
5.18 Backstepping: Posição do elo - resultado experimental	84
5.19 Controle em Cascata sem compensação de atrito: Posição obtida e posição desejada - resultado experimental.	85
5.20 Controle em Cascata considerando a compensação de atrito: Posição e posição desejada - resultado experimental.	85
5.21 Controle em Cascata: Erros de seguimento - resultado experimental.	86
5.22 Função g_v - resultado experimental.	86
5.23 Função g_v - resultado de simulação.	87
5.24 Posição do elo e g_v - resultado de simulação.	88
5.25 Controle em Cascata: Colisão - resultado experimental.	88

Capítulo 1

Introdução

"If it doesn't bend, it will break"

Paul Readman (Readman, 1994)

1.1 Motivação

Os robôs industriais são manipuladores formados por cadeias de corpos (elos). Nas suas extremidades são fixadas ferramentas, ou outros dispositivos, através dos quais são realizadas as tarefas. Os elos que formam a cadeia são interligados através de juntas que, de acordo com o movimento relativo, podem ser de translação ou de rotação. O movimento da ferramenta é o resultado do movimento das juntas, realizado pelos atuadores e monitorado pelos sensores de posição e velocidade. Os atuadores podem ser elétricos, hidráulicos ou pneumáticos, sendo os elétricos os mais utilizados. Quando os atuadores são elétricos, além do motor, costuma ser necessária uma transmissão, através da qual a velocidade do motor é adequada às necessidades do manipulador. Como o movimento da ferramenta é monitorado nas juntas, é comum que os elos sejam construídos de forma a serem bastante rígidos. O mesmo é desejável para os atuadores, e em particular, que as transmissões sejam rígidas. Procura-se, desta forma, minimizar construtivamente os erros decorrentes da flexibilidade dos elos e das transmissões.

Porém, a flexibilidade intrínseca de algumas transmissões que utilizam *harmonic drives*¹, correias e sensores de torque, por exemplo, limita esse procedimento e os robôs apresentam flexibilidade nas transmissões. Essa flexibilidade pode provocar erros de posicionamento, aumento no tempo de acomodação do robô, ressonância torsional e instabilidade.

De fato, os deslocamentos elásticos no mecanismo e nas transmissões introduzem erros na

¹Devido à inexistência de um termo consagrado para a tradução em português de *harmonic drives* vamos utilizar a nomenclatura original em inglês.

posição do efetuador, principalmente quando a tarefa a ser desenvolvida pelo manipulador exige movimentos a altas velocidades.

Por outra parte, quanto mais flexível é o robô, maior é o seu tempo de acomodação (Spong e Vidyasagar, 1989).

Ainda, em sistemas mecânicos com movimentos de rotação, quando duas inércias são acopladas através de uma transmissão flexível, esta pode armazenar uma grande quantidade de energia, o que pode provocar vibrações consideráveis, conhecidas como ressonância torsional (Guenther e Hsu, 1993).

Quando a flexibilidade das transmissões é desconsiderada, ela passa a constituir uma dinâmica não modelada, normalmente pouco amortecida, que, uma vez excitada pelo movimento do robô, pode provocar instabilidade (Readman, 1994).

1.1.1 Problema de controle

Cabe destacar que o robô pode ser de alto desempenho em relação a algum tipo de critério. Na indústria, por exemplo, em função do tipo de tarefa que o robô realiza, pode ser necessário um alto desempenho em relação à velocidade de operação, precisão, carga que manipula, entre outros fatores. Em particular, quando o robô possui algum tipo de flexibilidade, esses critérios de desempenho poderão não ser satisfeitos se a flexibilidade não é considerada no projeto do controlador.

A flexibilidade pode ser desejável, ou não, pois depende da aplicação em particular. É possível observar que muitos dos robôs industriais são projetados com a menor flexibilidade possível para satisfazer os diversos critérios de desempenho usando controladores simples. Porém, existem aplicações nas quais não é possível desconsiderar a flexibilidade. Por exemplo, nas aplicações industriais as limitações de peso levam ao projeto de estruturas mais leves que apresentam flexibilidades. Essa flexibilidade pode ser observada nos braços do robô, e também nas transmissões, devido à presença de *harmonic drives*, sensores de torque, entre outros acoplamentos elásticos (Eppinger e Seering, 1987).

A tabela 1.1 ilustra a frequência natural de oscilação medida na primeira junta de diversos manipuladores industriais. Essa relação pode ser encontrada em Readman (1995).

Também, nas aplicações que envolvem contato do robô com o meio, é necessário algum tipo de flexibilidade por motivos de segurança. Em (Rocco et al., 1996) é apresentada uma lei de controle Proporcional-Integral-Derivativa (PID) considerando uma transmissão flexível com resultados experimentais. Nesse trabalho mostram-se as dificuldades que surgem quando a rigidez do contato é elevada. Em (Youcef-Toumi e Gutz, 1994) destaca-se a importância

Tabela 1.1: Freqüência natural de oscilação medida na primeira junta.

Manipulador	Freqüência natural (Hz)
ITRI-U	13 Hz
Motoman L10	12 Hz
IR KUKA	8 Hz
GE P-50	8 Hz
ARMII	6 Hz

da dinâmica da transmissão flexível no momento do impacto de duas superfícies e trata-se o problema de controle. Em (Krzysztof e ElMaraghy, 1992) é proposta uma metodologia baseada na dinâmica inversa para o controle da força de contato do robô com o meio rígido na presença de transmissões flexíveis. Porém, a flexibilidade pode levar o sistema à instabilidade. Isto é devido à presença de modos não colocados (o sensor e o atuador encontram-se em massas diferentes) (Eppinger e Seering, 1992), o qual deve ser considerado no projeto da lei de controle (Mills, 1992; Krzysztof e ElMaraghy, 1993).

Nas aplicações espaciais, é comum encontrar robôs com flexibilidades nos elos, mas também podemos encontrar robôs que apresentam transmissões flexíveis (Albu-Schäffer e Hirzinger, 2000). Nesse tipo de aplicações, os robôs são projetados visando maximizar a relação torque-massa e, para isto, em muitos casos, são usados *harmonic drives*. Estes dispositivos, além de compactos, introduzem flexibilidade e atrito. A Figura 1.1 mostra uma foto do robô desenvolvido no DLR na Alemanha, o qual forma parte do projeto Rotex (www.robotic.dlr.de/TELEROBOTICS/rotex.html, acessado em 01/12/2002). O robô apresenta flexibilidade nas juntas e é projetado para ser usado em aplicações espaciais. Atualmente o instituto desenvolve outro robô, o qual forma parte do projeto *Lightweight Robot Project*. Segundo os projetistas, a flexibilidade nas transmissões está gerando dificuldades extras no projeto do controlador (Albu-Schäffer e Hirzinger, 2001).

Diversos resultados experimentais mostram que as flexibilidades nas transmissões devem ser consideradas na modelagem de robôs manipuladores (Good et al., 1985). Estes efeitos refletem-se também no projeto dos controladores de robôs limitando os ganhos de realimentação e, conseqüentemente, o desempenho. Em Spong e Vidyasagar (1989) mostra-se os erros de regime e o aumento do tempo de acomodação que ocorrem quando um robô que possui flexibilidade nas transmissões é controlado por um algoritmo proporcional-derivativo (PD) medindo-se as posições e velocidades nos rotores. Mostra-se também que se as posições e velocidades para este caso apenas forem medidas nos elos o desempenho do robô pode ser

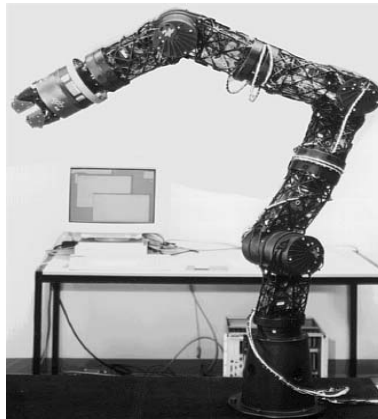


Figura 1.1: Rotex: robô projetado para aplicações espaciais.

instável, mesmo para pequenos ganhos.

É importante salientar que um robô com transmissões flexíveis tem o dobro do número de graus de liberdade para o mesmo número de atuadores que seu equivalente rígido. Trata-se, ainda, de um sistema parcialmente acionado. Por isso os métodos usuais de controle de seguimento de trajetória, tais como o controle baseado na dinâmica inversa, e o controle baseado em Lyapunov (Canudas De Wit et al., 1996) não podem ser aplicados diretamente.

A deterioração do desempenho dos robôs e as dificuldades teóricas introduzidas pela flexibilidade das transmissões motivaram um grande número de trabalhos de pesquisa e o desenvolvimento de controladores para robôs com transmissões flexíveis.

1.2 Revisão bibliográfica

Baseado no trabalho de Arimoto e Miyasaki (1984), em Spong e Vidyasagar (1989) foi proposto o uso de um controlador Proporcional-Derivativo (PD) descentralizado para robôs com flexibilidades nas juntas medindo-se apenas as coordenadas dos rotores (posições e velocidades). Este resultado foi estendido ao caso em que a gravidade é considerada (Tomei, 1991), medindo-se ainda a posição dos elos. Um controlador PD com compensação da gravidade baseado na passividade também pode ser aplicado em robôs desenvolvidos para aplicações espaciais (Albu-Schäffer e Hirzinger, 2001).

Nestas metodologias, o controle do movimento dos braços do robô é realizado de forma indireta, através do acoplamento elástico que existe entre rotores e elos, sendo que os torques de controle são aplicados através do rotor. Assim, estas estratégias estão restritas a tra-

jetórias suaves (Guenther, 1993), e ganhos de controle suficientemente pequenos para evitar a ressonância torsional (Spong, 1987). Além disso, ao contrário do que ocorre em robôs rígidos, a compensação exata do torque gravitacional não é possível quando existem incertezas nos parâmetros do robô.

Esses fatos motivaram o surgimento de novas metodologias. No início as pesquisas desenvolveram-se em duas linhas, uma empregando o enfoque da linearização por realimentação, numa tentativa de generalizar a técnica da dinâmica inversa, e outra utilizando o conceito de controle composto, desenvolvido a partir do método das perturbações singulares (Marino e Nicosia, 1985), mediante o qual busca-se reduzir o número de graus de liberdade do robô com transmissões flexíveis ao número de graus de liberdade do robô rígido equivalente.

A linearização por realimentação foi desenvolvida a partir do trabalho de De Luca (De Luca et al., 1985). Uma referência básica é Spong e Vidyasagar (1989). Uma dificuldade prática para a implementação desta técnica é a necessidade de se medir as derivadas até terceira ordem da posição do elo em relação ao tempo, no caso do modelo apresentar incertezas paramétricas (Nicosia e Tomei, 1988). Também foi realizada uma análise da estabilidade de algoritmos que combinam a propriedade da passividade e a linearização por realimentação em robôs com juntas flexíveis (Lanari et al., 1993). Os trabalhos desenvolvidos nesta linha, baseados na realimentação de estados, podem ser unificados (Battilotti et al., 1996).

No controle composto, a redução do número de graus de liberdade é conseguida a partir da hipótese que a dinâmica adicional, ocasionada pela flexibilidade das transmissões, é suficientemente rápida para poder ser amortecida sem instabilizar a dinâmica principal, correspondente ao robô rígido (Ghorbel e Spong, 1990). Assim, uma vez controlada a dinâmica adicional, o robô passa a ter seu comportamento como se fosse rígido (Spong e Vidyasagar, 1989). Com isso, os algoritmos de controle desenvolvidos para os robôs rígidos podem ser aproveitados também no caso das transmissões serem flexíveis (Slotine e Li, 1991). A validade do enfoque é limitada aos casos em que a rigidez é suficientemente grande (Readman, 1994). Na literatura também podem ser encontrados controladores que combinam o controle a estrutura variável (VSC) e a técnica da perturbação singular (Gorez e Hsu, 1996). A combinação do controle adaptativo com a técnica da perturbação singular também pode ser encontrada na literatura (Ghorbel e Spong, 1990). Recentemente, foi desenvolvido um controlador baseado nesta metodologia que garante robustez no seguimento de trajetórias (Ghorbel e Spong, 2000). O desempenho do controlador foi testado através de simulações.

Com o objetivo de desenvolver controladores válidos para qualquer valor de rigidez das transmissões e em que a derivada de terceira ordem da posição do elo em relação ao tempo não

é mais necessária, surgiram, na década de 90, diversas metodologias baseadas na estabilidade da conexão em cascata de sistemas estáveis (Seibert e Suarez, 1987). Na literatura encontramos trabalhos baseados na dinâmica inversa (Benallegue, 1991; Ramirez e De Pieri, 1998) e na passividade (Brogliato et al., 1995). O conceito da passividade também pode ser combinado com o controle adaptativo e com o controle a estrutura variável para garantir o seguimento de trajetórias em robôs com juntas flexíveis (Guenther, 1993). Nesse trabalho a validade do algoritmo de controle foi testada através de simulações. Outra variação neste tipo de enfoque é a combinação de algoritmos baseados no controle adaptativo, na análise de Lyapunov e no controle a estrutura variável para garantir o seguimento de trajetórias (Yang, 1999). Nesse trabalho são mostrados resultados de simulação. Outros trabalhos recentes estão baseados na passividade e combinam critérios de energia da malha fechada (Ortega et al., 1995) e o controle adaptativo (Fantoni e Lozano, 2000).

Com os mesmos objetivos, de desenvolver controladores válidos para qualquer valor de rigidez das transmissões, outros autores desenvolveram controladores baseado na técnica do *backstepping* (Nicosia e Tomei, 1992). Essa técnica propõe uma metodologia sistemática que explora a presença de integradores no modelo do robô para a síntese da lei de controle (Kokotovic, 1991). Outro fato interessante é que o controle em cascata também pode ser combinado com a técnica do *backstepping* (Jong e Lee, 1997; Ramirez et al., 1999). Uma dificuldade dos controladores desenvolvidos baseados na técnica do *backstepping* é a superparametrização (Wang e Khorrami, 2000), que dificulta a implementação experimental da técnica no caso do modelo apresentar incertezas paramétricas. Neste sentido são desenvolvidas técnicas para evitar essa superparametrização (Wang e Khorrami, 2000). Assim como os demais, Wang e Khorrami (2000) apenas apresentam resultados de simulações. Cabe ressaltar ainda que, em alguns casos os controladores derivados através da metodologia do *backstepping* contém como caso particular os controladores baseados na passividade.

Uma interessante comparação das técnicas baseadas no controle em cascata, na passividade e no *backstepping* pode ser encontrada em Brogliato et al. (1995).

Dos trabalhos examinados verifica-se que muitos dos diversos métodos propostos para o desenvolvimento de controladores para robôs com transmissões flexíveis ainda não foram validados experimentalmente. Este trabalho pretende preencher essa lacuna apresentando a implementação experimental de uma estratégia baseada na conexão em cascata de dois subsistemas: um relacionado aos elos rígidos e outro relacionado às transmissões flexíveis. A estratégia apresentada resulta em uma malha fechada globalmente estável, e possibilita aproveitar muitos dos resultados já obtidos para os robôs rígidos, além de não ser limitada

no que diz respeito à rigidez das transmissões.

1.2.1 Atrito

A não linearidade devida ao atrito que existe no interior das articulações é sem dúvida um dos maiores entraves ao controle de robôs manipuladores, principalmente quando se deseja atenuar vibrações em estruturas flexíveis (Gomes, 1995). Apesar do crescente número de publicações sobre o assunto, não existe ainda um consenso acerca do modelo do torque de atrito que melhor se aproxime da realidade.

Nos robôs acionados eletricamente, o atrito se manifesta nos rotores, na transmissão, nos sensores de posição ou torque usados e nos eixos dos elos (Ramirez, Vargas e De Pieri, 2000). Ainda, nas aplicações que envolvem o controle de força existe uma componente de atrito no ponto de contato entre o efetuador final, ou ferramenta, e a superfície de trabalho.

O atrito, quando não é adequadamente compensado, pode produzir erros de seguimento e de posicionamento da ferramenta, ou efetuador final. Os efeitos do atrito, geralmente, alteram-se com o tempo e podem depender do estado de lubrificação, da temperatura, da direção do movimento, dos materiais usados, dentre outros fatores (Dupont e Dunlap, 1995).

Uma das principais manifestações do atrito é dada através do movimento intermitente a baixas velocidades, conhecido na literatura como adere-desliza *stick-slip* (Dankowicz e Nordmark, 2000b).

O atrito se manifesta através de diversos comportamentos não-lineares, observados experimentalmente, tais como o efeito de Stribeck, histerese, força de quebra variável e características elásticas no movimento de pré-deslizamento. Outros efeitos do atrito serão abordados no Capítulo 2.

Diversos esquemas de controle para a compensação do atrito foram propostos e testados com sucesso, como por exemplo o controle impulsivo (Armstrong-Hélouvry, 1993) e o controle Proporcional-Derivativo (Dupont, 1994). Recentemente, observa-se que o conhecimento do modelo do atrito é essencial para o projeto de controladores (Sprenger et al., 1997).

Neste sentido, em Canudas et al. (1995) foi descrito um novo modelo de atrito que está sendo aplicado com sucesso em servomecanismos elétricos (Canudas e Lischinsky, 1997) e em outras aplicações (Guenther et al., 2000; Guenther e Perondi, 2002). Nesses trabalhos, mostra-se que o modelo proposto pelos autores, conhecido por LuGre, é adequado para ser utilizado em esquemas de compensação do atrito baseados em modelos.

O primeiro contato deste trabalho com o problema do atrito foi dado através de um estudo experimental realizado nas duas primeiras juntas de um robô SCARA industrial produzido

pelo ETH da Suíça para fins de pesquisa. Nesse estudo, foi mostrado experimentalmente que o desempenho do robô em relação aos erros de seguimento de trajetória melhorou consideravelmente quando foi compensado o torque de atrito presente nas juntas do robô (Ramirez, De Pieri e Guenther, 2000a; Ramirez, De Pieri e Guenther, 2002).

No caso particular de robôs com juntas flexíveis, observa-se que a maioria das estratégias propostas na literatura não consideram a presença do atrito no robô. Em alguns trabalhos o torque devido ao atrito aparece como perturbação (Myuzkorowski, 1991) ou então na sua forma clássica dada pelo modelo de Coulomb (Lanari et al., 1993; Wang e Khorrami, 2000). Em outros casos, apenas a parcela viscosa do atrito foi considerada (Tomei, 1991). Há alguns anos, foi usado um modelo dinâmico para a compensação do atrito presente na estrutura mecânica de um robô com flexibilidade nas juntas (Lozano et al., 1997). Nesse trabalho, o seguimento de referências é conseguido através de uma estratégia de controle Proporcional-Derivativa. Os autores apresentam também a prova de estabilidade do algoritmo baseada na passividade.

A importância do atrito nos robôs industriais, e a lacuna existente em relação ao uso de um modelo de atrito que capture de uma forma mais completa sua dinâmica nas equações do modelo de robôs com juntas flexíveis, motivaram o estudo e a inclusão da compensação do atrito na estratégia de controle apresentada neste trabalho.

Nesta tese, serão abordados aspectos de controle derivados da aplicação do modelo dinâmico de atrito LuGre (Canudas et al., 1995). Também é realizada a prova da estabilidade do algoritmo em cascata adicionando o termo para a compensação dinâmica do atrito presente na estrutura do robô baseado no modelo LuGre. Cabe destacar, que não existe na literatura outro trabalho que realize a abordagem do problema de controle em cascata de robôs com transmissões flexíveis considerando o modelo LuGre para o atrito.

1.3 Objetivos e Contribuições

Robôs manipuladores, de maneira geral, operam em velocidades nas quais o problema de flexibilidades nas juntas não reduz significativamente o desempenho das leis de controle utilizadas.

Entretanto, com a introdução de elementos de transmissão e com o aumento das velocidades de manipulação o problema das flexibilidades passa a ter uma influência significativa no desempenho do sistema e, por isso, devem ser levadas em conta no projeto das leis de controle.

Os objetivos e contribuições desta tese referem-se ao controle de posição de robôs ma-

nipuladores com transmissões flexíveis: projeto de diferentes leis de controle, utilização de propriedades intrínsecas do sistema, provas de estabilidade, compensação de atrito, construção de um protótipo, identificação dos parâmetros do robô e testes experimentais.

Cabe ressaltar que, segundo conhecimento deste autor, não existem antecedentes sobre trabalhos teóricos-experimentais que demonstrem a possibilidade da compensação de atrito, usando um modelo dinâmico, em robôs manipuladores com transmissões flexíveis.

1.4 Estrutura da Tese

A tese é dividida em seis capítulos. No capítulo 2 é descrito o modelo dinâmico do robô com transmissões flexíveis. Considerando a dinâmica da transmissão flexível, são analisadas brevemente as limitações das técnicas de controle clássicas. No capítulo 3 é descrita uma metodologia de controle baseada na decomposição em cascata do modelo do robô com transmissão flexível. Esta metodologia é baseada na propriedade da passividade (Slotine e Li, 1991). É realizada a prova de estabilidade do algoritmo. Ainda é analisado o problema da existência do atrito. A metodologia de controle em cascata é então modificada para realizar a compensação dinâmica do atrito e é realizada a prova de estabilidade do algoritmo. No capítulo 4 é descrita a metodologia seguida na determinação dos parâmetros do manipulador, o qual foi projetado para realizar a verificação experimental das técnicas de controle apresentadas. No capítulo 5 é descrita a instalação onde são realizados os experimentos e são mostrados os principais resultados obtidos na aplicação do algoritmo de controle em cascata e da compensação do atrito. No capítulo 6 são realizadas as conclusões da tese e são destacadas as perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo do Robô

O que seria um bom modelo de um robô? Para consegui-lo, temos que partir de um bom modelo dinâmico de cada componente do sistema de forma que através de simulações o mesmo manifeste um comportamento próximo do resultado experimental. Neste Capítulo são descritas as equações do movimento para um robô em que os elos são rígidos e as transmissões também, e para um outro caso em que a flexibilidade das transmissões é levada em conta. A partir dos modelos analisam-se os efeitos da flexibilidade da transmissão em um manipulador com apenas um elo. É analisado ainda o problema do atrito e o modelo que será usado na tese.

2.1 Modelo do robô rígido

O desenvolvimento das equações do movimento de um robô manipulador rígido, ver Equação (2.1), está descrito detalhadamente em diversos trabalhos, como por exemplo em (Asada e Slotine, 1986). Nessa equação o manipulador é considerado como uma cadeia simples de n elos rígidos ligados por juntas de rotação ou translação, também rígidas, nas quais são aplicados os torques/forças de controle:

$$M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) = u \quad (2.1)$$

onde q_1 é o vetor de posições generalizadas de dimensão $n \times 1$, \dot{q}_1 é o vetor de velocidades generalizadas, de dimensão $n \times 1$, $M(q_1)$ é a matriz de inércia do conjunto de elos, $C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1$ é o vetor dos torques centrífugos e de Coriolis, $G(q_1)$ é o vetor dos torques gravitacionais e u é o vetor das forças generalizadas aplicadas nas juntas do robô.

2.1.1 Propriedades do modelo

Algumas propriedades do modelo (2.1) são úteis na elaboração dos esquemas de controle. Em particular, são importantes as seguintes propriedades (Canudas De Wit et al., 1996):

- Os efeitos dos deslocamentos elásticos são suficientemente pequenos e podem ser desconsiderados;
- A matriz de inércia do conjunto de elos é simétrica e definida positiva, e tanto $M(q_1)$ quanto $M^{-1}(q_1)$ são uniformemente limitadas como funções de $q_1 \in \mathcal{R}^n$;
- Existe um torque de controle para cada grau de liberdade, por isso diz-se que o sistema (2.1) é totalmente acionado;
- Dependendo da escolha de C , a matriz $\dot{M} - 2C$ é antissimétrica;
- Linearidade nos parâmetros.

As propriedades do modelo do robô rígido são usadas no projeto e nas provas de estabilidade dos algoritmos de controle.

2.2 Modelo do robô flexível

Para a elaboração das equações do robô com transmissões flexíveis adotam-se as seguintes hipóteses acerca da estrutura mecânica do manipulador (Spong e Vidyasagar, 1989):

- Os elos são rígidos;
- A flexibilidade da transmissão pode ser modelada por uma mola torsional, para juntas de revolução, e linear para juntas prismáticas. A Figura 2.1 ilustra o modelo do robô com um elo e uma transmissão flexível. Observa-se a presença de uma mola torsional, neste caso.
- O conjunto motor-transmissão é montado diretamente sobre o elo, resultando na soma das inércias dos elos e dos rotores.

Cabe ressaltar que, para descrever a dinâmica do robô com transmissões flexíveis, devem ser consideradas as posições dos elos, q_1 , e as posições dos rotores, q_2 . Desta forma, duplica-se o número de graus de liberdade do modelo em relação ao modelo do robô rígido equivalente, mostrado na Equação (2.1).

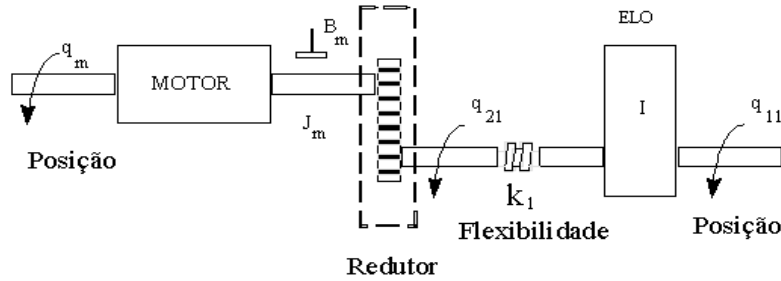


Figura 2.1: Modelo de um robô com um elo rígido e uma transmissão flexível.

A equação que descreve o modelo rígido (2.1) pode ser reescrita para considerar a dinâmica do sistema formado pelo conjunto de elos rígidos e pelas transmissões flexíveis, como sendo (Canudas De Wit et al., 1996):

$$\bar{M}(q_1)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{G}(q_1) + \bar{K}q = \tau \quad (2.2)$$

onde os termos \bar{M} , \bar{C} , \bar{G} , \bar{K} e τ são descritos a seguir.

Modelo completo

Seja q_1 o vetor $n \times 1$ das posições dos elos e q_2 o vetor $n \times 1$ das posições dos rotores, tal que $q^T = [q_1^T, q_2^T]$ é um conjunto de coordenadas generalizadas; então, aplicando o método de Euler-Lagrange é possível derivar as componentes da equação dinâmica do robô com transmissões flexíveis (Spong e Vidyasagar, 1989).

A matriz de inércia resulta:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} M(q_1) & M_2(q_1) \\ M_2(q_1)^T & J \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde \bar{M} é a matriz de inércia do sistema, que é simétrica, definida positiva, limitada para todo q , e é formada por: $M(q_1) \in \mathcal{R}^n$, sendo a matriz de inércia do conjunto dos elos rígidos; J uma matriz diagonal que depende das inércias dos motores e das relações de redução das transmissões; sendo $J = \text{diag}[J_1, \dots, J_n]$, e J_j caracteriza a inércia do rotor j .

Na Equação (2.3) $M_2(q_1) \in \mathcal{R}^n$ é definida por:

$$M_2(q_1) = (P - I_n)J \quad (2.4)$$

onde I_n é a matriz identidade de ordem n ; e P é uma matriz que descreve a relação que existe entre os eixos de rotação das juntas, a qual é definida pela seguinte matriz triangular superior (Readman, 1994):

$$P_{i,j}(q_1) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ (k_i \cdot k_j)N_j^{-1}, & \text{se } i < j \\ 0, & \text{se } i > j \end{cases} \quad (2.5)$$

Na Equação (2.5) $k_i \cdot k_j$ é o produto escalar dos vetores k_i e k_j . Esses vetores representam a posição dos eixos de rotação das juntas i e j em relação ao sistema de referência inercial (Readman, 1994). A matriz $P(q_1)$ depende da geometria do manipulador. Se, por exemplo, $k_i \cdot k_j = 0$, então o eixo de rotação da junta i rotaciona em um plano perpendicular em relação ao eixo de rotação da junta j . No caso do manipulador planar $k_i \cdot k_j = 1$ para todo i e j , pois os eixos de rotação das juntas são coplanares.

Ainda na Equação (2.5) N é uma matriz diagonal que contém as relações de redução das transmissões; onde $N = \text{diag}[r_1 \dots r_n]$, e r_j caracteriza a relação de redução da transmissão j .

A matriz dos torques centrífugos e de Coriolis tem a seguinte estrutura:

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C(q_1, \dot{q}_1) + C_1(q_1, \dot{q}_2) & C_2(q_1, \dot{q}_1) \\ C_3(q_1, \dot{q}_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são funções de $M_2(q_1)$; e C é determinado como no modelo rígido, ver por exemplo, (Canudas De Wit et al., 1996).

O torque gravitacional é dado por:

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} G(q_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde $G(q_1)$ é determinado como no modelo rígido (Readman, 1994).

A matriz \bar{K} contém os coeficientes de mola das transmissões, e é definida como sendo:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde $K = \text{diag}[K_1 \dots K_n]$, e K_j caracteriza a rigidez da transmissão j .

O torque de controle têm a seguinte estrutura:

$$\tau = \begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

onde u é o torque aplicado nos rotores.

Observa-se que o modelo (2.2) é formado por duas equações de segunda ordem acopladas através das componentes inerciais, dos torques centrífugos e de Coriolis, e através do acoplamento elástico que existe entre elos e rotores (Readman, 1994).

Simplificação do modelo

Com o objetivo de simplificar o modelo (2.2) é considerada a seguinte hipótese (Tomei, 1991):

- A matriz $M_2(q_1)$ é uma matriz diagonal constante, e possui uma estrutura triangular, tal que:

$$\frac{\partial}{\partial q_1} M_2(q_1) \dot{q}_1 = 0$$

Isto implica que os coeficientes $C_1 = C_2 = C_3 = 0$, pois os mesmos dependem da derivada de $M_2(q_1)$ em relação ao tempo (Canudas De Wit et al., 1996).

Esta condição é satisfeita por construção para diversos tipos de manipuladores. No caso particular de um manipulador planar esta condição é verificada, pois os eixos são coplanares e P é constante (Readman, 1994). Neste caso a matrix P fica:

$$P_{i,j}(q_1) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ N_j^{-1}, & \text{se } i < j \\ 0, & \text{se } i > j \end{cases} \quad (2.10)$$

onde N é uma matriz diagonal que contém as relações de redução das transmissões.

Considerando a hipótese anterior, a equação do modelo (2.2) pode ser reescrita como sendo:

$$\begin{aligned} M(q_1) \ddot{q}_1 + M_2(q_1) \ddot{q}_2 + C(q_1, \dot{q}_1) \dot{q}_1 + G(q_1) &= K[q_2 - q_1] \\ M_2(q_1) \ddot{q}_1 + J \ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u \end{aligned} \quad (2.11)$$

Observa-se que em (2.11) existe um acoplamento inercial entre elos e rotores através de M_2 , além do acoplamento elástico ocasionado pela mola.

Modelo simplificado de Spong

A seguinte hipótese, introduzida em Spong (1987), permite uma simplificação considerável do modelo (2.2):

- A energia cinética ocasionada pela rotação do rotor em torno de seu próprio eixo é predominante quando comparada com a energia cinética ocasionada pela rotação do rotor em relação ao sistema inercial.

Esta hipótese faz com que a matriz P fique:

$$P_{i,j}(q_1) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.12)$$

resultando que $M_2(q_1) = (P - I_n)J = (I_n - I_n)J = 0$.

O seguinte sistema de equações simplificado permite descrever a dinâmica do robô com juntas flexíveis (Spong, 1987):

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= K[q_2 - q_1] \\ J\ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u \end{aligned} \quad (2.13)$$

Observa-se que as equações do modelo (2.13) consistem em dois subsistemas dinâmicos acoplados, onde um representa o robô rígido tradicional, através da dinâmica dos elos, e o outro a dinâmica introduzida pela transmissão flexível. Neste caso, o acoplamento entre ambos os subsistemas depende apenas do torque elástico $K[q_2 - q_1]$.

O sistema de equações (2.13) resultante pode ser visto como a interconexão de dois subsistemas em cascata: o subsistema dos elos e o subsistema dos rotores, conforme mostra a Figura 2.2.

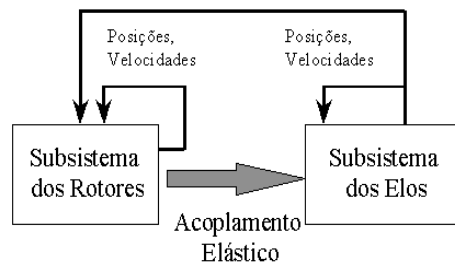


Figura 2.2: Interconexão dos subsistemas dos elos e rotores.

Algumas configurações particulares de manipuladores satisfazem diretamente a hipótese introduzida pelo Spong. Por exemplo, no caso de um manipulador com apenas um elo e uma junta de revolução, ou no caso de um manipulador com dois elos e duas juntas de revolução com eixos de rotação perpendiculares (Spong e Vidyasagar, 1989).

Em geral, quando as relações de transmissão N são suficientemente elevadas, o modelo simplificado de Spong é válido. Isto se verifica, por exemplo, quando são usados *harmonic drives*. Porém, a validade do modelo simplificado (2.13) também depende da trajetória. De fato, se para uma dada trajetória o rotor permanece parado enquanto o elo ao qual ele está montado se movimenta, a energia cinética do rotor, devida à rotação em relação ao sistema inercial, é maior do que aquela devida à rotação (nula) em torno de seu próprio eixo (Nicosia e Tomei, 1992).

O modelo simplificado (2.13) será utilizado no projeto das leis de controle e na realização das provas de estabilidade.

2.2.1 Propriedades do modelo

Na seção 2.1 foram apresentadas algumas das propriedades do robô rígido, as quais são úteis na elaboração das leis de controle. Entretanto, quando a transmissão é flexível algumas daquelas propriedades deixam de ser verificadas; em particular tem-se que:

- Existe um deslocamento elástico não desprezível entre elos e rotores;
- O sistema passa a ser parcialmente acionado, pois os torques de controle são introduzidos apenas através dos rotores, existindo, portanto, n torques de controle para $2n$ graus de liberdade.

Estas propriedades limitam a aplicação das técnicas de controle clássicas em robôs com transmissões flexíveis. Ainda, impedem que possam ser aplicadas diretamente a propriedade da passividade e a técnica da linearização, através da realimentação de estados no modelo, as quais são técnicas bastante difundidas nos manipuladores rígidos. Entretanto, esses métodos de controle de manipuladores rígidos podem ser estendidos para os manipuladores com transmissões flexíveis realizando-se modificações nos passos do projeto (Guenther, 1993).

2.2.2 Efeitos introduzidos pela flexibilidade

Nesta seção analisa-se o efeito da flexibilidade em um robô simplificado, de apenas um elo. Cabe ressaltar que os resultados apresentados nesta seção foram obtidos usando os parâmetros nominais do primeiro elo do robô descrito neste trabalho (ver Capítulo 5) conforme mostra

a Tabela 2.1. Os diagramas de Bode e lugar das raízes foram obtidos usando a ferramenta *rltool* do Matlab, versão 5.3.

Tabela 2.1: Parâmetros do robô.

Parâmetros	Valor
I_1	0.024 Kgm ²
J_1	0.005 Kgm ²
K_1	6.77 Nm/rad

Analisando a função de transferência de um manipulador com apenas um elo que se move em um plano horizontal (ver Figura 2.3), os resultados mais importantes são (Spong e Vidyasagar, 1989):

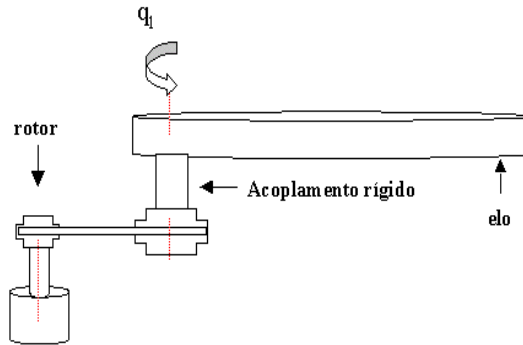


Figura 2.3: Manipulador planar com um elo rígido.

- O modelo rígido (2.1), considerando o torque u como entrada e o ângulo do elo, q_1 , como saída, é de segunda ordem e tem dois pólos na origem.

$$\frac{q_1(s)}{u(s)} = \frac{1}{(I_1 + J_1)s^2}$$

onde s é o operador de Laplace, I_1 é a inércia do primeiro elo e J_1 é a inércia do rotor na saída da transmissão.

Na figura 2.4 ilustra-se a aplicação de um compensador proporcional no modelo rígido (2.1). A Figura 2.5 ilustra a posição dos pólos neste modelo e, mostra-se ainda, o lugar das raízes quando aplicado o compensador proporcional. Observa-se que os pólos se deslocam no eixo imaginário de forma que: $p_{1,2} = \sqrt{\frac{K_p}{I_1 + I_2}}$.

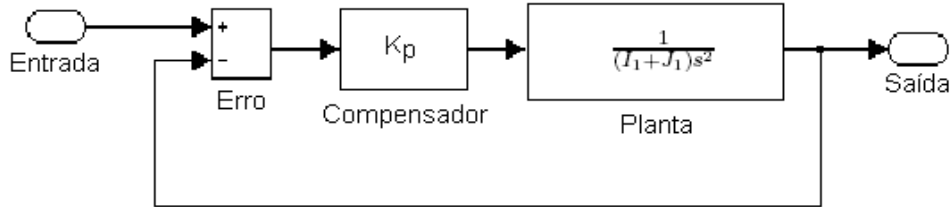


Figura 2.4: Compensador proporcional.

Na figura 2.5 observa-se que conforme aumenta o ganho do compensador proporcional aumenta também a frequência de oscilação sistema.

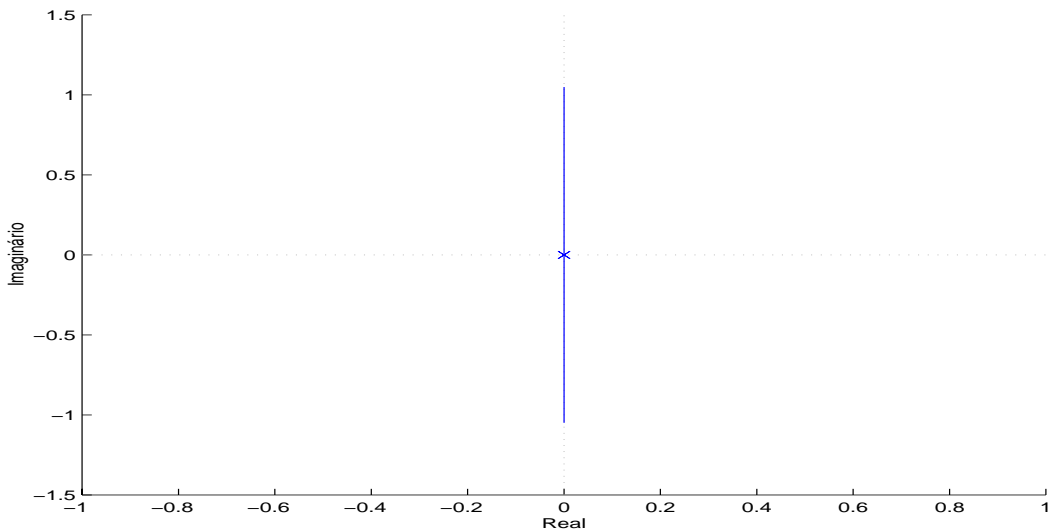


Figura 2.5: Posição dos pólos e lugar das raízes do modelo rígido.

- O modelo com uma transmissão flexível (2.13), ver Figura 2.6, considerando o torque u como entrada e o ângulo do elo, q_1 , como saída, é de quarta ordem e, além dos dois pólos na origem, possui dois pólos sobre o eixo imaginário.

$$\frac{q_1(s)}{u(s)} = \frac{1}{I_1 J_1 s^4 + K_1 (I_1 + J_1) s^2}$$

onde K_1 é a constante da mola. Os pólos na origem correspondem ao subsistema do elo

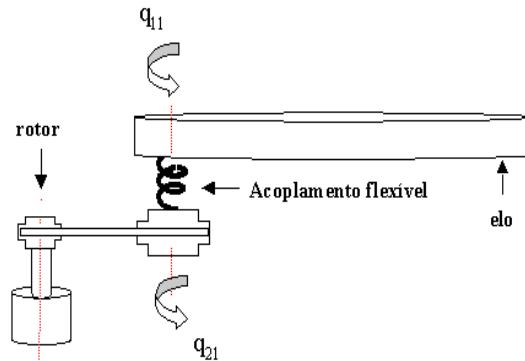


Figura 2.6: Manipulador planar com um elo rígido e uma transmissão flexível.

rígido, enquanto os pólos sobre o eixo imaginário representam a dinâmica superposta pelo subsistema do rotor.

Na Figura 2.7 mostra-se o diagrama em blocos quando aplicado um compensador proporcional no modelo flexível. A figura 2.8 ilustra a posição dos pólos neste modelo e o lugar das raízes.

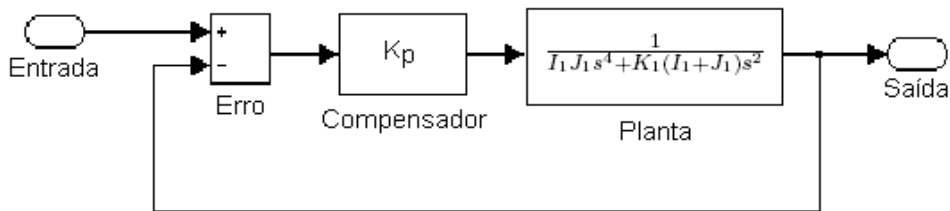


Figura 2.7: Compensador proporcional.

O diagrama de Bode correspondente a este sistema é mostrado na Figura 2.9. Observa-se um pico de ressonância na frequência de 3Hz.

Cabe destacar que, quanto maior for a rigidez da transmissão K_1 em relação à soma da inércia do elo e a inércia do rotor, maior será a frequência de oscilação dos pólos sobre o eixo imaginário.

- O modelo com uma transmissão flexível (2.13) com o ângulo do rotor, q_2 , como saída,

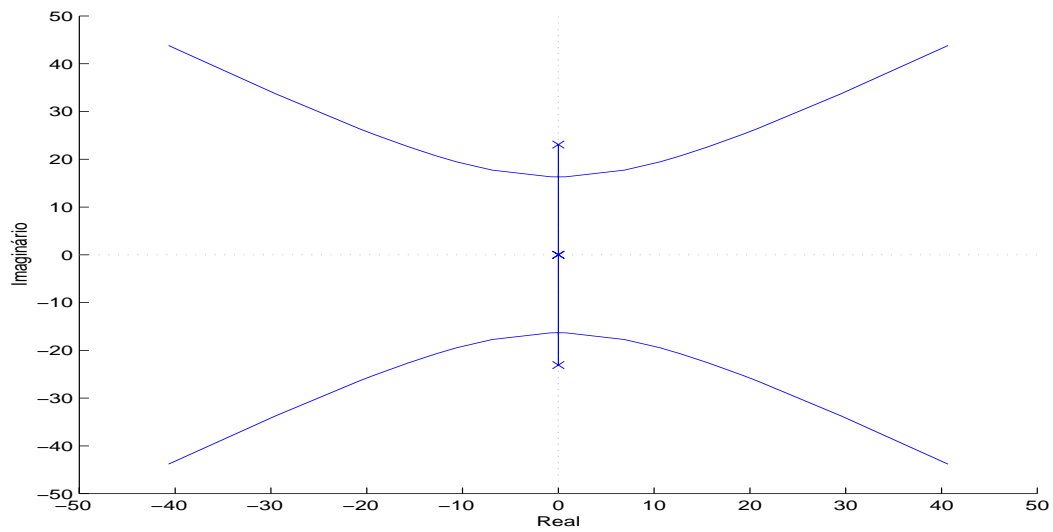


Figura 2.8: Posição dos pólos e lugar das raízes do modelo flexível.

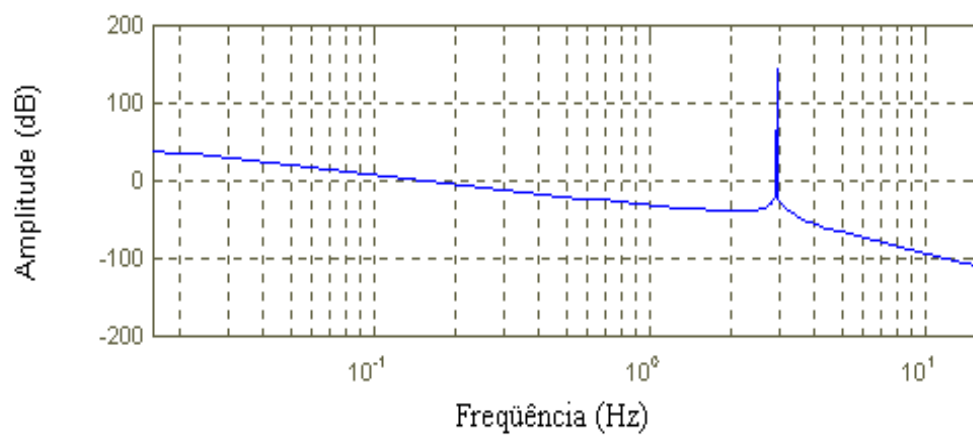


Figura 2.9: Diagrama de Bode: Modelo flexível.

tem dois zeros sobre o eixo imaginário, além dos dois pólos na origem e dos dois pólos sobre o eixo imaginário.

$$\frac{q_2(s)}{u(s)} = \frac{I_1 s^2 + K_1}{I_1 J_1 s^4 + K_1 (I_1 + J_1) s^2}$$

A Figura 2.10 ilustra a aplicação de um compensador proporcional no modelo com transmissão flexível e a Figura 2.11 mostra a posição dos pólos e zeros neste modelo. Mostra-se ainda o lugar das raízes quando aplicado o compensador Proporcional.

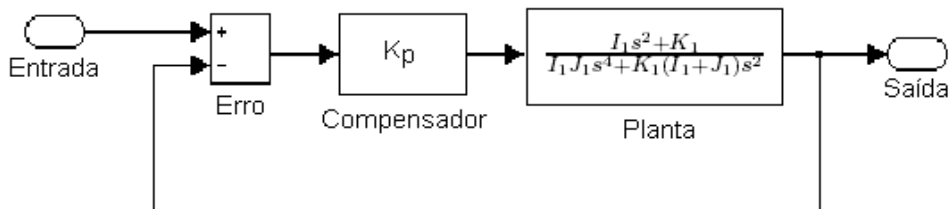


Figura 2.10: Compensador proporcional

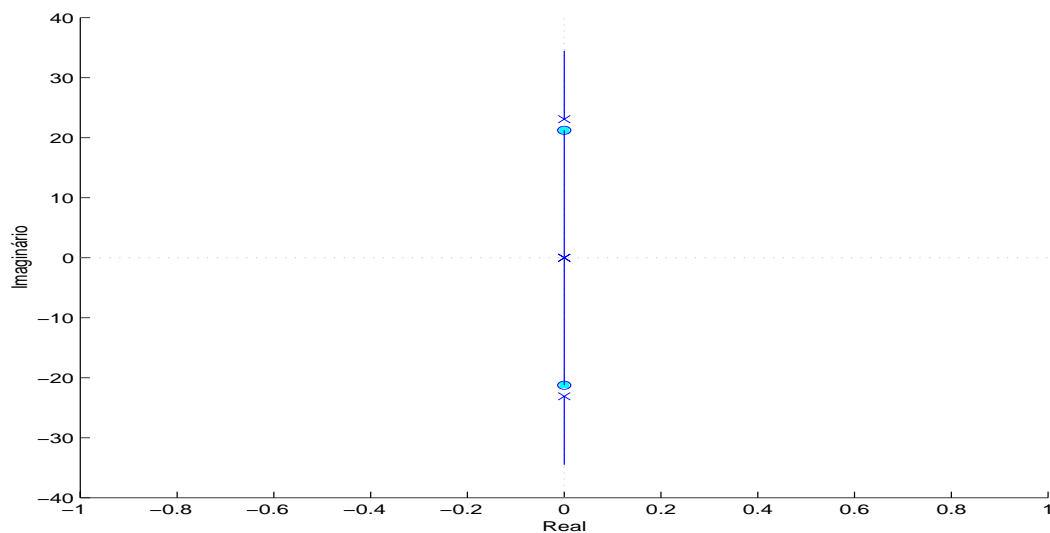


Figura 2.11: Posição dos pólos e zeros e lugar das raízes do modelo flexível.

Se a rigidez da transmissão K_1 é grande em relação à inércia do elo mais a inércia do rotor, os pólos sobre o eixo imaginário têm frequência de oscilação grande.

A figura 2.9 mostra o diagrama de Bode correspondente a este modelo. O diagrama ilustra uma inclinação de -40dB/dec até a ocorrência de um pico acentuado. Este pico é chamado de antirresonância e é provocado pelos zeros imaginários, ver (Guenther, 1993).

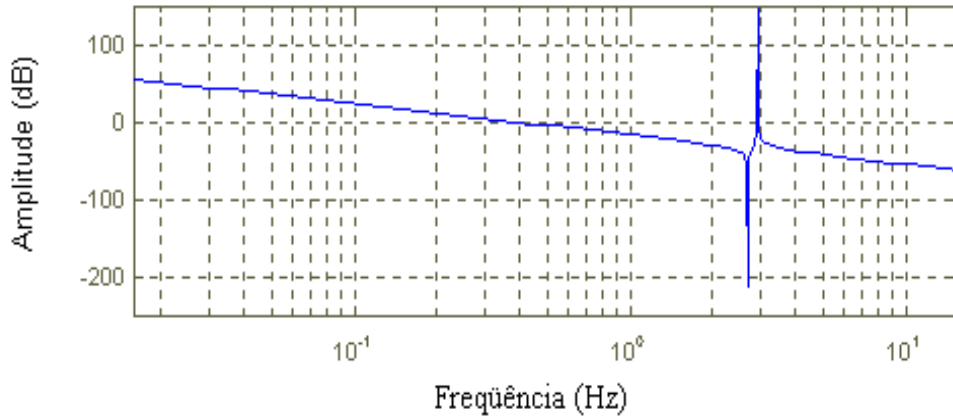


Figura 2.12: Diagrama de Bode do modelo flexível.

Estas características do modelo com transmissão flexível dificultam a aplicação das técnicas de controle clássicas. Em particular, quando o ângulo do rotor é a saída, podem originar uma malha fechada oscilatória se os ganhos do controlador são grandes. Porém, se o ângulo do elo é tomado como saída, resultam em uma malha fechada instável. A seguinte seção ilustra estes problemas.

2.3 Limitações das técnicas de controle clássicas

Os principais controladores aplicados em robôs industriais são do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) (Yoshikawa, 1990) e, na maioria dos casos, o termo integral não é considerado, passando o controlador a ser do tipo PD clássico. Nesta seção vamos analisar o comportamento do modelo com transmissão flexível quando submetido a um controlador PD do tipo usado nos robôs industriais. Cabe, portanto, verificar quais são os limites da sua aplicação antes da discussão de técnicas mais complexas.

Uma análise do uso de uma lei PD em um manipulador com apenas um elo e uma transmissão flexível permite visualizar algumas das limitações do seu emprego.

Quando a saída é o ângulo do rotor e é usada uma realimentação PD, o modelo pode ser

descrito pela seguinte função de transferência em malha fechada:

$$\frac{q_2(s)}{u(s)} = \frac{(I_1 s^2 + K_1)(s+a)k_d}{I_1 J_1 s^4 + K_1(I_1 + J_1)s^2}$$

onde $a = k_p/k_d$ é a relação entre o ganho proporcional e o ganho derivativo.

A Figura 2.13 ilustra a aplicação de um compensador PD:

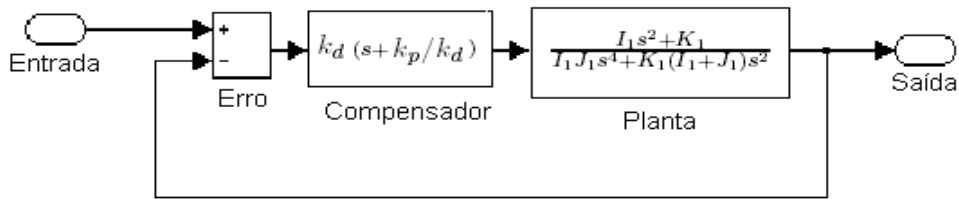


Figura 2.13: Compensador PD.

A Figura 2.14 ilustra o lugar das raízes da malha fechada que resulta quando aplicamos o controle PD nas coordenadas do rotor.

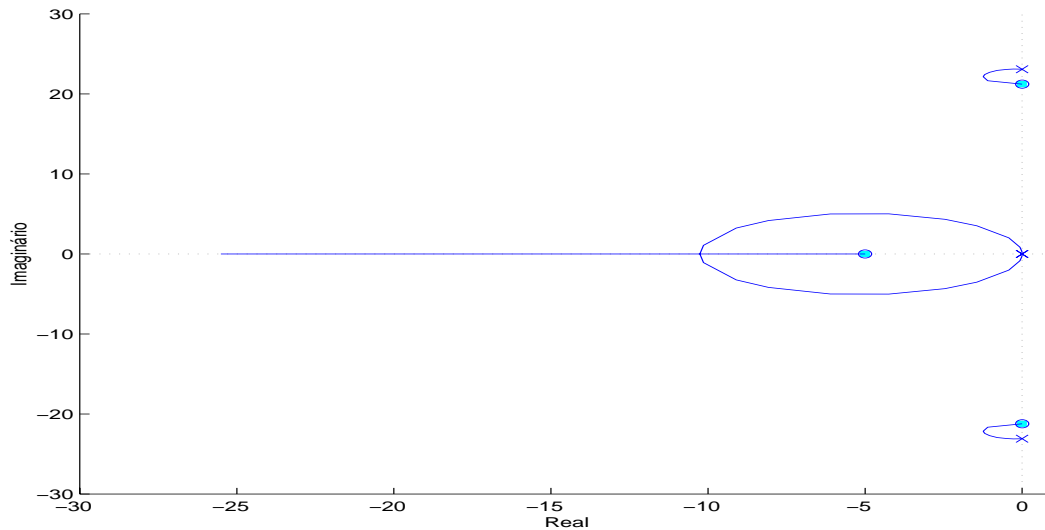


Figura 2.14: Lugar das raízes para o controle PD nas coordenadas do rotor no modelo flexível.

Observa-se que a resposta resulta estável para qualquer valor do ganho da parcela derivativa do controlador.

Embora uma entrada do tipo degrau unitário não é comumente usada em robótica o seu uso como entrada de teste nas simulações desta seção visam facilitar a análise dos resultados, e evidenciar o comportamento do sistema em situações clássicas de projeto de controladores.

A Figura 2.15 ilustra a resposta do controle PD se aplicarmos um degrau na entrada do modelo com transmissão flexível e do modelo rígido. Observa-se a resposta oscilatória e o elevado tempo de acomodação (em torno de 2 segundos) quando é considerada a transmissão flexível no modelo. A resposta ao degrau do controlador PD aplicado no modelo rígido ocasionou um tempo de acomodação de 0.4 segundos. Cabe observar que foram usados os mesmos ganhos de controle em ambas as simulações.

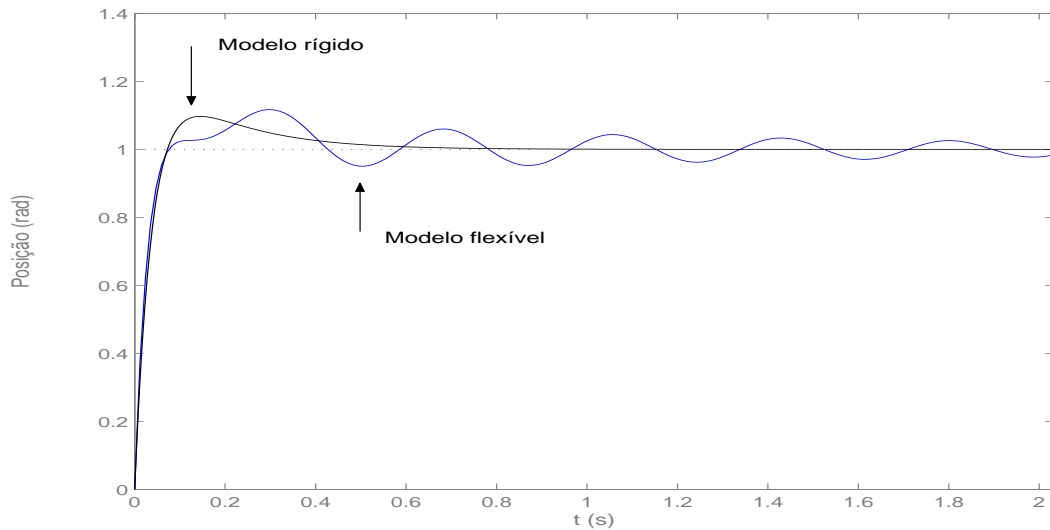


Figura 2.15: Controle PD: Resposta ao degrau nas coordenadas do rotor

Quando a saída é o ângulo do elo e é usada uma realimentação PD, a malha fechada pode ser descrita pela seguinte função de transferência:

$$\frac{q_1(s)}{u(s)} = \frac{(s+a)k_d}{I_1 J_1 s^4 + K_1 (I_1 + J_1) s^2}$$

A Figura 2.16 mostra o lugar das raízes do modelo resultante quando aplicamos o controle PD no elo do robô com transmissão flexível. Observa-se que a resposta torna-se instável para qualquer valor do ganho da parcela derivativa do controlador.

Uma análise mais detalhada das limitações e as características dos robôs com transmissões flexíveis com mais graus de liberdade pode ser encontrada em (De Souza Leal, 1998).

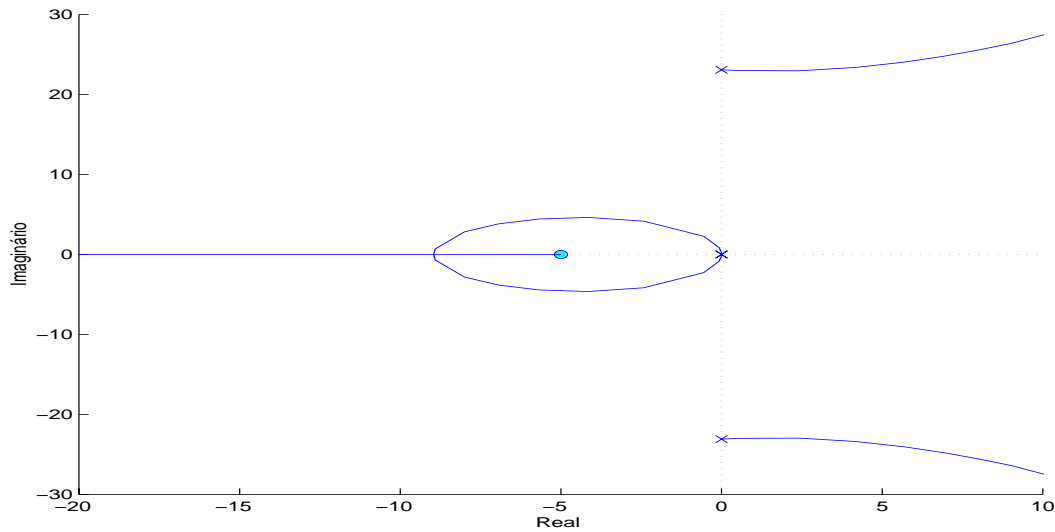


Figura 2.16: Lugar das raízes para o controle PD nas coordenadas do elo no modelo flexível.

2.4 O problema do atrito

O atrito é uma das principais não linearidades que dificultam o controle dos servoposicionadores elétricos, pois pode ocasionar erros de regime e erros no seguimento de trajetórias (Dupont e Dunlap, 1995). Diversos trabalhos ilustram este fato de forma experimental, ver por exemplo Canudas e Lischinsky (1997), Guenther e Perondi (2002) e Ramirez et al. (2002).

Nos robôs com atuadores elétricos, o atrito se manifesta nos rotores, nas transmissões, nos sensores de posição ou torque, e nas juntas. Ainda, nas aplicações que envolvem o controle de força existe uma componente de atrito no ponto de contato entre o efetuador final, ou ferramenta, e a superfície de trabalho.

Para realizar simulações que representem adequadamente o sistema analisado é necessário dispor-se de um bom modelo para o atrito. Um modelo de atrito adequado permite estudar o seu desempenho dinâmico, analisar a estabilidade do compensador, e permite ainda obter um valor inicial para determinar os ganhos do controlador.

Nesta tese, foi adotado o modelo para o atrito proposto por Canudas et al. (1995). Este modelo, conhecido como "LuGre", permite reproduzir a maioria dos comportamentos não-lineares observados experimentalmente: efeito de Stribeck, histerese, força de quebra variável e características elásticas no movimento de pré-deslizamento. O modelo LuGre é adequado para ser utilizado em esquemas de compensação do atrito baseados em modelos (Canudas et al., 1995). Nos resultados experimentais apresentados no Capítulo 5, mostra-se

a manifestação do atrito a baixas velocidades usando esse modelo.

O seguinte resultado de simulação permite evidenciar alguns dos problemas ocasionados pelo atrito. A Figura 2.17 mostra a trajetória de posição de um elo rígido quando é aplicado um compensador proporcional considerando o atrito presente na estrutura mecânica do braço, segundo o modelo LuGre. O seguimento de trajetória da rampa aplicada mostra uma resposta inadequada devido à manifestação do fenômeno adere-desliza, ou *stick-slip* (Canudas et al., 1995). Este fenômeno, também chamado de *hunting*, pode ser verificado quando se aplica o controlador PID, sem considerar o atrito (Dupont, 1994).

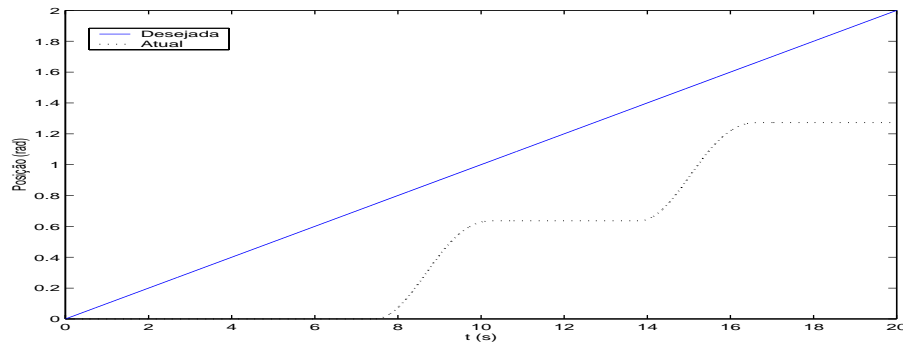


Figura 2.17: Resposta considerando o modelo LuGre para o atrito - resultado de simulação.

Modelo LuGre

O termo LuGre deriva do modelo surgido através do trabalho conjunto entre as universidades de Lund e Grenoble (Canudas et al., 1995). Este modelo baseia-se no entendimento do mecanismo microscópico do fenômeno de atrito. A este nível, as superfícies são muito irregulares e seu contato se dá através de rugosidades. No modelo em questão, isto é aproximado por dois corpos rígidos em contato através de pequenos elementos elásticos, tal como mostrado na Figura 2.18.

Quando ocorre um movimento relativo entre as partes, surge uma força tangencial de reação que tende a deformar os elementos elásticos na região de contato. Esta força tende a impedir o movimento relativo das superfícies e, se for suficientemente grande, fará com que parte dos elementos deslize, diminuindo a força de reação. Este fenômeno é altamente aleatório devido às formas irregulares das superfícies (Canudas et al., 1995).

O modelo LuGre tem como principal característica a consideração do movimento em regime de pré-deslizamento, que não é considerado nos modelos clássicos para o atrito, geralmente

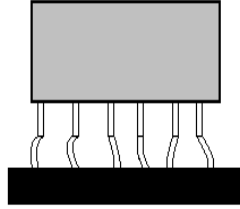


Figura 2.18: Representação da região de contato entre duas superfícies.

baseados em mapas estáticos que descrevem a relação entre a força de atrito e a velocidade. O exemplo mais típico (ver Figura 2.19) é o dos modelos que se valem de diferentes combinações do atrito de Coulomb com as forças viscosas, considerando ainda o efeito de Stribeck (Armstrong-Hélouvry et al., 1994).

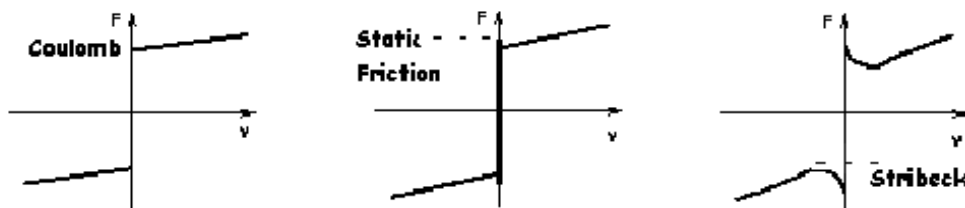


Figura 2.19: Mapas estáticos de forças de atrito versus velocidade constante.

A Figura 2.20 apresenta um exemplo de movimento em regime de pré-deslizamento entre duas superfícies em contato, obtido por simulação com o uso do modelo LuGre.

O modelo LuGre baseia-se em uma variável não mensurável que representa o comportamento médio dos elementos elásticos em contato. Esta deformação, denotada por z , é definida pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{z} = v - \frac{|v| \sigma_0}{g(v)} z \quad (2.14)$$

onde σ_0 é o coeficiente de rigidez elástica da deformação; v é a velocidade relativa entre as duas superfícies e $g(v)$ é uma função positiva que depende de fatores como propriedades dos materiais, lubrificação e temperatura. A função $g(v)$ não necessita ser simétrica, podendo assim capturar o comportamento que depende da direção do movimento. Em regime

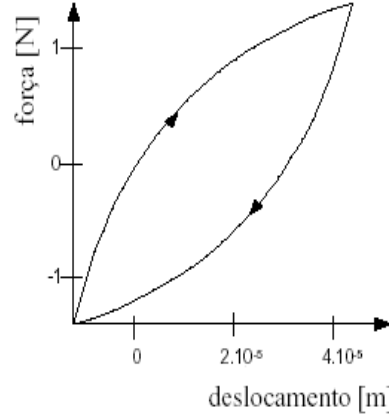


Figura 2.20: Microdeslocamentos no regime de pré-deslizamento.

permanente ($\dot{z} = 0$ e v constante) a deformação z assume a seguinte forma:

$$z_{ss} = \frac{v g(v)}{|v| \sigma_0} = \frac{g(v) \operatorname{sgn}(v)}{\sigma_0} \quad (2.15)$$

onde o sub-índice ss indica regime permanente, ou *steady state*.

A força de atrito gerada pela reação ao movimento dos elementos elásticos em contato é aproximada por:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} \quad (2.16)$$

onde σ_0 é o coeficiente de rigidez elástica e σ_1 é o coeficiente de amortecimento da deformação elástica. As forças viscosas são levadas em conta através da adição de um termo proporcional à velocidade relativa, de forma que:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (2.17)$$

O modelo composto pelas equações (2.14) e (2.17) é caracterizado pela função $g(v)$ e os parâmetros σ_0, σ_1 e σ_2 . Canudas et al. (1995) propõem o uso da parametrização para $g(v)$ apresentada na Figura 2.21.

Esta parametrização leva em conta os atritos seco e viscoso, bem como o efeito de Stribeck (ver, por exemplo, Armstrong-Hélouvry et al., 1994) e é expressa por:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{(-\frac{v}{v_s})^2} \quad (2.18)$$

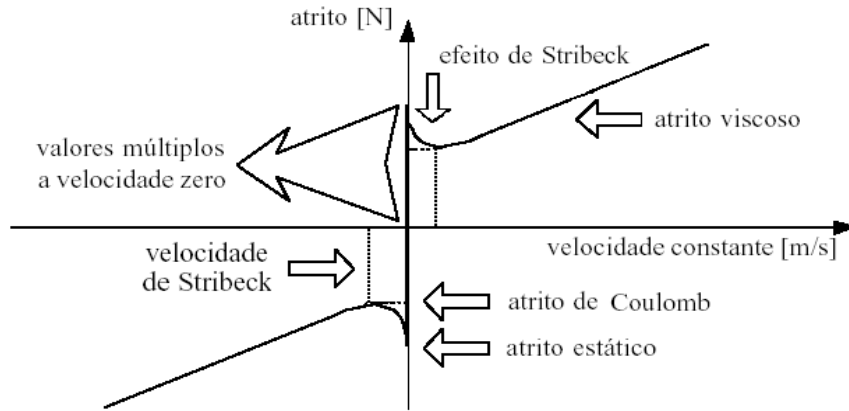


Figura 2.21: Curva estática da força de atrito versus velocidade constante.

onde F_c é a força de atrito seco (ou de Coulomb), F_s é a força de atrito estático (que corresponde à força limite do regime de pré-deslizamento) e v_s é a velocidade de Stribeck. Com esta descrição, o modelo fica caracterizado por quatro parâmetros estáticos, F_c, F_s, v_s e σ_2 , e dois dinâmicos $\sigma_0 e \sigma_1$. A função $g(v)$ tal que $\infty > F_s \geq g(v) \geq F_c > 0$ descreve parte das características de regime permanente do modelo para movimentos com velocidade constante e $\dot{z} = 0$. Neste caso, as características de regime permanente para o atrito são governadas pela seguinte equação:

$$F_{ss}(v) = g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v = F_c \operatorname{sgn}(v) + (F_s - F_c) e^{(-\frac{v}{v_s})^2} \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (2.19)$$

No Capítulo 3 é descrito o trabalho desenvolvido para a compensação do atrito no robô com transmissão flexível.

2.5 Conclusões

Neste capítulo foram descritos os principais modelos que consideram a presença de transmissões flexíveis entre os rotores e os elos rígidos de um robô. Através das equações dinâmicas, verificou-se que nestes modelos duplica-se o número de graus de liberdade em relação ao modelo do robô rígido equivalente (sem transmissão flexível), passando o robô a ser um sistema parcialmente acionado. Este fato é a fonte das dificuldades adicionais que aparecem no projeto de controladores para robôs manipuladores quando a flexibilidade nas transmissões não é

desprezível. Neste sentido, foram ressaltadas as principais limitações da aplicação direta dos controladores clássicos, em particular do PD. No final do capítulo foi tratado o problema do atrito. O modelo de atrito descrito (LuGre) permitirá a integração direta com os algoritmos de controle. Em particular, o controlador em cascata apresentado no Capítulo 3 consiste em um exemplo de aplicação desta metodologia.

Capítulo 3

Metodologias de Controle

Neste capítulo é descrita uma metodologia para o seguimento de trajetórias em robôs com transmissões flexíveis. A lei de controle é projetada para o caso ideal, em que os parâmetros do robô são conhecidos, e no caso da presença de incertezas paramétricas. Depois, a metodologia proposta é estendida para realizar a compensação dinâmica do atrito presente no sistema mecânico do robô no caso em que os parâmetros do manipulador são conhecidos. Também será descrita uma metodologia de controle em cascata baseada no backstepping, com o objetivo de compará-la com a técnica de controle desenvolvida na tese.

3.1 Controle em cascata

Existem vários esquemas de controle que interpretam o modelo do robô com transmissões flexíveis como sendo dois subsistemas interconectados, conforme foi analisado na introdução do trabalho. A principal vantagem desta técnica é a facilidade no tratamento das equações do sistema devido à divisão em dois subsistemas. Apresenta-se neste capítulo uma estratégia de controle em cascata desenvolvida a partir da metodologia de redução de ordem com desacoplamento de sistemas (Utkin, 1987). Esta estratégia foi utilizada com sucesso no controle de robôs acionados eletricamente (Guenther e Hsu, 1993) e no controle de acionamentos hidráulicos (Guenther e De Pieri, 1997). A estratégia baseia-se na divisão do modelo do robô nos subsistemas dos rotores e dos elos, e na proposição de leis de controle e na análise de estabilidade para cada subsistema. Com a interconexão dos equacionamentos resultantes para a malha fechada é realizada a prova de estabilidade global para o sistema completo.

Neste capítulo, apresenta-se a idéia básica da estratégia de controle em cascata aplicada no robô com transmissão flexível. Inicialmente é considerado o caso dos parâmetros nominais. Depois é analisada a influência das incertezas paramétricas. Finalmente, é adicionado ao

controlador em cascata a dinâmica do atrito, através da estrutura do modelo LuGre, e é apresentada a análise de estabilidade do controlador.

3.2 Modelo em cascata

Conforme foi visto no capítulo 2, o seguinte sistema de equações simplificado permite descrever a dinâmica do robô com juntas flexíveis (Spong, 1987):

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= K[q_2 - q_1] \\ J\ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u \end{aligned} \quad (3.1)$$

Este sistema de equações pode ser visto como a interconexão dos subsistemas: o subsistema dos elos e o subsistema dos rotores, como mostra a figura 3.1.

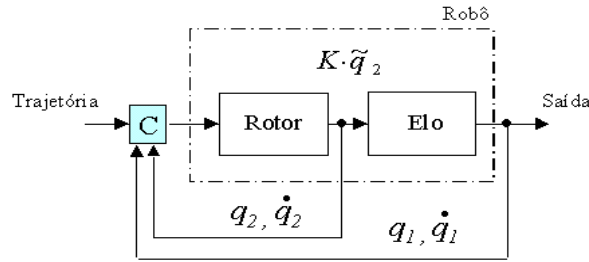


Figura 3.1: Interconexão dos subsistemas dos elos e rotores.

Através de uma lei de controle apropriada, como ilustra a equação (3.2), pode-se transformar o sistema (3.1) em dois subsistemas em cascata, com entradas u e q_{2d} , conforme mostrado no anexo A.

$$u = J v + K[q_2 - q_1] \quad (3.2)$$

onde v é uma função de controle aplicada nos rotores e K é conhecido.

Substituindo (3.2) em (3.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= u_{ed} + K\tilde{q}_2 \\ \ddot{q}_2 &= v, \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d}$ é o erro de posição nos rotores.

O termo q_{2d} pode ser interpretado como a posição de referência para os rotores de forma a garantir que os elos sigam a trajetória desejada.

O termo u_{ed} é o torque elástico que deve ser aplicado na parcela rígida do robô (subsistema dos elos), e pode ser definido como sendo (Guenther e Hsu, 1993):

$$u_{ed} = K[q_{2d} - q_1] \quad (3.4)$$

O modelo em cascata descrito pela Equação (3.3) e a definição do torque elástico desejado em (3.4) serão utilizados no projeto das leis de controle.

3.2.1 Hipóteses para o projeto do controlador

O controle em cascata é possível desde que sejam satisfeitas as seguintes hipóteses:

- A trajetória de posição desejada para os elos é contínua e limitada, e suas derivadas sucessivas de até quarta ordem são contínuas e limitadas para todo t ;
- As posições e velocidades dos elos e dos rotores são medidas.

3.3 Controle em cascata baseado na teoria da passividade

Nesta estratégia o modelo do robô é interpretado como dois subsistemas interconectados, sendo um o subsistema mecânico rígido dos elos, o qual é acionado por um torque gerado pelo subsistema do rotor.

A Figura 3.2 ilustra o diagrama em blocos do sistema em cascata.

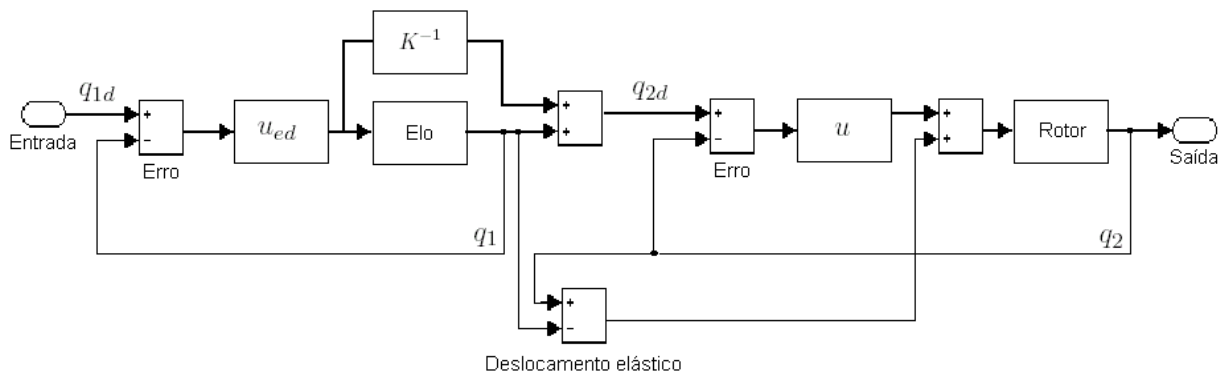


Figura 3.2: Estrutura de controle.

O primeiro passo do projeto consiste em estabelecer a lei de controle para o subsistema

dos elos. O segundo passo consiste em anular os erros de seguimento nos rotores, de forma a garantir que o subsistema dos elos siga a trajetória desejada (Ramirez, De Pieri e Guenther, 2000b).

3.3.1 Seguimento de trajetória no subsistema dos elos

O torque aplicado na parcela rígida do robô (elos) utiliza o esquema baseado na teoria da passividade (Slotine e Li, 1991), apresentada de forma resumida no anexo B.

$$u_{ed} = M(q_1)\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + G(q_1) - K_{D1}s_1 \quad (3.5)$$

onde u_{ed} é o torque elástico desejado, M é a matriz de inércia do conjunto dos elos rígidos, K_{D1} é uma matriz diagonal definida positiva escolhida no projeto e:

$$\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d}, \quad \dot{q}_{r1} = \dot{q}_{d1} - \Lambda_1 \tilde{q}_1, \quad s_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_{r1} \quad (3.6)$$

onde Λ_1 é uma matriz diagonal definida positiva, \dot{q}_{r1} é o vetor de velocidades de referência dos elos e s_1 pode ser interpretado como o erro de velocidade medido nos elos.

Substituindo (3.5) na primeira equação de (3.3), obtém-se a malha fechada deste subsistema:

$$M(q_1)\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 = K\tilde{q}_2 \quad (3.7)$$

onde $K\tilde{q}_2$ pode ser considerada como uma perturbação na entrada do subsistema. Quando \tilde{q}_2 converge para zero, o subsistema (3.7) fica reduzido ao modelo rígido do robô manipulador e é válida a propriedade da passividade (Slotine e Li, 1991), ver anexo B.

Na saída do subsistema dos elos obtém-se q_{2d} , a qual pode ser obtida a partir de (3.4) (Guenther, 1993):

$$q_{2d} = K^{-1} u_{ed} + q_1 \quad (3.8)$$

A função energia do subsistema dos elos é definida como sendo:

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^T M(q_1)s_1 + \frac{1}{2}\tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 \quad (3.9)$$

onde $P_1 = P_1^T > 0$ é definida como em Spong (1987):

$$P_1 = 2\Lambda_1 K_{D1} \quad (3.10)$$

A derivada de V_1 em relação ao tempo é:

$$\dot{V}_1 = s_1^T M(q_1) \dot{s}_1 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}(q_1) s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 \quad (3.11)$$

Substituindo $M(q_1) \dot{s}_1$ usando (3.7), obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T C(q_1, \dot{q}_1) s_1 - s_1^T K_{D1} s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + \frac{1}{2} s_1^T \dot{M}(q_1) s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 \quad (3.12)$$

Usando a propriedade da antisimetria de $[\frac{1}{2} \dot{M} - C]$, obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T K_{D1} s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 \quad (3.13)$$

As expressões de V_1 e \dot{V}_1 são utilizadas na análise de estabilidade da malha fechada resultante da aplicação do algoritmo de controle em cascata.

3.3.2 Controle de trajetória no subsistema dos rotores

Para o seguimento de trajetória nos rotores é aplicado o seguinte torque de controle, como em Guenther (1993):

$$u = Ju_0 + K[q_2 - q_1] - K_{D2}s_2 \quad (3.14)$$

sendo que u_0 é uma função de controle nominal, projetada de acordo com os parâmetros nominais do manipulador, K_{D2} é uma matriz diagonal definida positiva escolhida no projeto e s_2 é o erro auxiliar formado por:

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + \Lambda_2 \tilde{q}_2 \quad (3.15)$$

onde $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d}$ é o erro de posição dos rotores; e Λ_2 é uma matriz diagonal definida positiva, escolhida no projeto.

Substituindo (3.14) na segunda equação de (3.1), obtém-se a malha fechada deste subsistema:

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = 0 \quad (3.16)$$

A função energia do subsistema dos rotores é definida como sendo:

$$V_2 = \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (3.17)$$

onde $P_2 = P_2^T > 0$ é definida como em Spong (1987):

$$P_2 = 2\Lambda_2 K_{D2} \quad (3.18)$$

Derivando (3.17), obtém-se:

$$\dot{V}_2 = s_2^T J \dot{s}_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (3.19)$$

Substituindo (3.16) em (3.19), obtém-se:

$$\dot{V}_2 = -s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (3.20)$$

No caso ideal dos parâmetros conhecidos, e da definição de erro auxiliar em (3.15), pode-se escrever:

$$u_0 = \ddot{q}_{2d} - \Lambda_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (3.21)$$

As expressões de V_2 e \dot{V}_2 são utilizadas na análise de estabilidade da malha fechada resultante da aplicação do algoritmo de controle em cascata.

3.3.3 Análise de estabilidade

No caso do modelo do robô com transmissões flexíveis, o controlador em cascata resulta da combinação do seguimento de trajetória dos elos com o seguimento de trajetória dos rotores. O sistema em malha fechada é formado pelas equações (3.3), (3.7), e (3.16) e as suas propriedades de estabilidade são estudadas nesta subseção.

Para realizar a análise de estabilidade será considerada a seguinte função não negativa:

$$V = V_1 + V_2 \quad (3.22)$$

Substituindo (3.9) e (3.17) em (3.22), obtém-se:

$$V = \frac{1}{2} [s_1^T M(q_1) s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 + s_2^T J s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2] \quad (3.23)$$

onde V é uma função uniformemente limitada.

A derivada de V em relação ao tempo resulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V} &= -s_1^T K_{D1} s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Substituindo as definições de s_1 , s_2 , P_1 e P_2 na equação (3.24), obtém-se:

$$\dot{V} = -\Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 + \Lambda_1^T K \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 + K \dot{\tilde{q}}_1 \tilde{q}_2 - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \quad (3.25)$$

A derivada da função energia pode ser rescrita como sendo:

$$\dot{V} = [\tilde{q}_1^T, \dot{\tilde{q}}_1^T, \tilde{q}_2^T, \dot{\tilde{q}}_2^T] Q [\tilde{q}_1^T, \dot{\tilde{q}}_1^T, \tilde{q}_2^T, \dot{\tilde{q}}_2^T]^T$$

onde Q é a matriz de ganhos, definida a seguir:

$$Q = - \begin{bmatrix} \Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 & 0 & -\frac{1}{2} \Lambda_1^T K & 0 \\ 0 & K_{D1} & -\frac{1}{2} K & 0 \\ -\frac{1}{2} \Lambda_1^T K & -\frac{1}{2} K & \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{D2} \end{bmatrix}$$

A aplicação do teorema de Gershgorim (ver Anexo A) permite concluir sobre as principais propriedades da malha fechada a partir da análise da diagonal da matriz Q . De fato, os ganhos K_{D1} e K_{D2} satisfazem:

$$\Lambda_1^T K \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 + K \dot{\tilde{q}}_1 \tilde{q}_2 \leq -\Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \quad (3.26)$$

Desta forma:

$$\dot{V} \leq -\Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \leq 0 \quad (3.27)$$

A forma quadrática dos termos na expressão (3.27) permite concluir sobre a estabilidade global da malha fechada e sobre a convergência assintótica dos erros de posição e velocidade (Guenther, 1993). Ainda, aplicando o lema de convergência, como em Slotine e Li (1991, pp. 91), pode-se afirmar que a malha fechada formada pelas equações (3.3), (3.7), e (3.16) é exponencialmente estável. Desta forma, $\tilde{q}_1 \rightarrow 0$, $\dot{\tilde{q}}_1 \rightarrow 0$, $\tilde{q}_2 \rightarrow 0$, e $\dot{\tilde{q}}_2 \rightarrow 0$, de forma exponencial, quando $t \rightarrow \infty$.

3.4 Incertezas e perturbações

Na prática, os parâmetros do manipulador contém incertezas. Havendo incertezas nos parâmetros, ocorrem erros de seguimento e de regime. Nesta tese, a redução dos erros de seguimento é realizada mediante o emprego de uma lei adaptativa para o controle no subsistema rígido dos elos e de uma lei a estrutura variável para o controle no subsistema do

rotores, ver Anexo C. Na análise de estabilidade da malha fechada mostra-se que os erros de seguimento de posição e velocidade deixam de ter convergência exponencial passando a ser assintótica. O trabalho teórico e experimental relativo à aplicação destas técnicas em robôs com transmissões flexíveis ainda está em fase de desenvolvimento de modo a incluir a camada limite e a compensação do atrito na prova de estabilidade.

3.5 Controle baseado no backstepping

Esta metodologia de controle em cascata consiste em resolver o problema de estabilizar o sistema (3.3), em cascata com uma cadeia de integradores (Kokotovic, 1991). Nesta seção é descrita a metodologia apresentada em (Brogliato et al., 1995).

A estrutura de controle é similar à mostrada na Figura 3.2, com a diferença de que no projeto do controlador é incluído um passo de integração.

3.5.1 Passo 1

Utiliza-se também o esquema da passividade (Slotine e Li, 1991), de forma similar à primeira metodologia apresentada.

Deseja-se que a malha fechada no subsistema dos elos seja:

$$M(q_1)\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 = 0 \quad (3.28)$$

Este subsistema é passivo, mais $\tilde{q}_2 \neq 0$. Então, a malha fechada fica similar a (3.7):

$$M(q_1)\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 = K\tilde{q}_2 \quad (3.29)$$

onde termo $K\tilde{q}_2$ pode ser considerada uma perturbação.

Adicionando-se um integrador à entrada deste subsistema, obtém-se:

$$\dot{\tilde{q}}_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_{2d} \quad (3.30)$$

3.5.2 Passo 2

Assume-se que $\dot{q}_2 = \dot{q}_{2d}$ é a nova entrada de controle. Considera-se a seguinte função de Lyapunov para o sistema (Brogliato et al., 1995):

$$V_2 = V_R + \frac{1}{2}\tilde{q}_2^T \tilde{q}_2 \quad (3.31)$$

onde $V_R = \frac{1}{2}s_1^T M(q_1)s_1 + \tilde{q}_1^T \lambda_1^T K_{D1}\tilde{q}_1$ é a função de energia da parcela passiva do robô (Slotine e Li, 1991).

Derivando V_2 em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_R + s_1^T K \tilde{q}_2 + \tilde{q}_2^T [\dot{q}_2 - \dot{q}_{2d}] \quad (3.32)$$

Uma escolha para \dot{q}_2 poderia ser (Brogliato et al., 1995):

$$\dot{q}_2 = -K s_1 - \tilde{q}_2 + \dot{q}_{2d} \quad (3.33)$$

Substituindo (3.33) em (3.32), é cancelado o termo $s_1^T K \tilde{q}_2$ e é adicionado o termo quadrático $-\tilde{q}_2^T \tilde{q}_2$ de modo a garantir a estabilidade assintótica deste subsistema.

O erro de velocidade é definido como sendo:

$$e_2 = \dot{q}_2 - \dot{q}_{2d} \quad (3.34)$$

$$e_{2d} = -K s_1 - \tilde{q}_2 + \dot{q}_{2d} \quad (3.35)$$

Observar que e_2 e e_{2d} não são as derivadas de \tilde{q}_2 e q_{2d} , respectivamente.

Adicionando-se um integrador obtém-se o seguinte sistema de equações em malha fechada:

$$\begin{aligned} M(q_1)\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 &= K \tilde{q}_2 \\ \dot{\tilde{q}}_2 &= e_2 - K s_1 - \tilde{q}_2 \\ \dot{e}_2 &= -\dot{e}_{2d} + v \end{aligned} \quad (3.36)$$

Observar que a última equação é equivalente a $\ddot{\tilde{q}}_2 = v$. A presença do integrador originou a segunda equação do sistema (3.36).

3.5.3 Passo 3

Determina-se o sinal de controle v para que o sistema (3.36) seja globalmente assintoticamente estável. Define-se ainda a seguinte função de Lyapunov:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2}e_2^T e_2.$$

Derivando V_3 , obtém-se:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_R + s_1^T K \tilde{q}_2 + \tilde{q}_2^T (\dot{\tilde{q}}_2) + e_2^T \dot{e}_2 \quad (3.37)$$

Usando (3.36) e $v = -e_2 + \dot{e}_{2d} - \ddot{q}_2$:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_R - \dot{\tilde{q}}_2^2 - e_2^2 \quad (3.38)$$

Substituindo v em (3.2) obtém-se a seguinte lei de controle:

$$u = K(q_2 - q_1) + J[\ddot{q}_{2d} - 2\dot{\tilde{q}}_2 - 2\tilde{q}_2 - K(\dot{s}_1 + s_1)] \quad (3.39)$$

Cabe ressaltar, que o *backstepping* é uma metodologia sistemática, pois é possível obter diferentes tipos de controladores realizando-se apenas modificações nos passos do projeto.

3.6 Estratégia de controle em cascata com compensação de atrito

As dinâmicas não modeladas também podem gerar erros de seguimento e de regime. Nesta tese o estudo das dinâmicas não modeladas foi realizado através da consideração do atrito presente na estrutura mecânica do robô. Nesta seção, foi introduzido um observador dos torques de atrito, baseado no modelo LuGre, e adaptou-se a estratégia de controle em cascata, no caso dos parâmetros nominais, para incluir a compensação dos torques de atrito. Para tanto, utilizou-se, com algumas modificações, o observador proposto por Canudas et al. (1995).

A Figura 3.3 ilustra o diagrama em blocos do sistema em cascata.

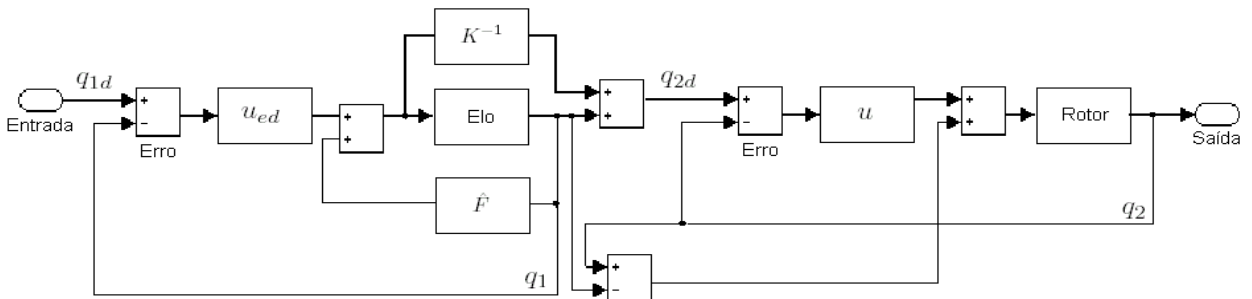


Figura 3.3: Estrutura de controle.

O projeto do controlador em cascata com compensação de atrito, aplicado ao modelo do robô com transmissões flexíveis, (3.1) inclui agora uma estimativa para os torques de atrito:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + \hat{F} &= K[q_2 - q_1] \\ J\ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde \hat{F} representa a dinâmica do atrito, descrita no Capítulo 2.

Considerando os coeficientes do atrito, o modelo (3.40) pode ser reescrito como sendo:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) + \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{q}_1 &= u_{ed} + K\tilde{q}_2 \\ J\ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u \end{aligned} \quad (3.41)$$

3.6.1 Observador para o torque de atrito

Baseando-se no modelo LuGre para o atrito, Canudas et al. (1995) propõem um observador no qual a força estimada \hat{F} é dada por:

$$\hat{F} = \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}} + \sigma_2 \dot{q}_1 \quad (3.42)$$

onde \hat{z} é a estimativa do estado interno não observável, e é dada por:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \tilde{q} \quad (3.43)$$

onde k_e é uma constante positiva escolhida no projeto.

O observador para os torques de atrito pode ser reescrito como sendo (Guenther e Perondi, 2002):

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \sigma_0 s_1 \quad (3.44)$$

O termo $-k_e \sigma_0 s_1$, constitui uma modificação do observador proposto em Canudas et al. (1995) para considerar o erro de posição e velocidade no elo, e não apenas o erro de posição.

Em Canudas et al. (1995) os autores provam que o observador para a força de atrito em (3.42) e (3.43), faz com que o erro de posição \tilde{q} convirja assintoticamente para zero se o controlador de posição é projetado de forma que a dinâmica do erro de posição \tilde{q} interconectada de forma passiva com o erro da estimativa da deformação de pré-deslizamento $\tilde{z} = z - \hat{z}$, seja real e estritamente positiva (SPR) (Khalil, 1992).

3.6.2 Seguimento de trajetória no subsistema dos elos com compensação do atrito

Incluindo a compensação para o atrito, a lei de seguimento de trajetória no subsistema dos elos pode ser reescrita como:

$$u_{ed} = M\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + G(q_1) - K_{D1}s_1 + \hat{F} \quad (3.45)$$

onde u_{ed} é projetado usando a propriedade da passividade dos robôs manipuladores; K_{D1} é uma matriz de ganhos definida positiva; e \hat{F} é a estimativa do torque de atrito.

A equação (3.45) pode ser reescrita considerando (3.42):

$$u_{ed} = M\ddot{q}_{r1} + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + G(q_1) - K_{D1}s_1 + \sigma_0\dot{z} + \sigma_1\ddot{z} + \sigma_2\dot{q}_1 \quad (3.46)$$

Assumindo que o torque de atrito é dado de acordo com o modelo LuGre, a equação de erro do subsistema mecânico dos elos torna -se:

$$M\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 + \sigma_0\tilde{z} + \sigma_1\dot{\tilde{z}} = K\tilde{q}_2 \quad (3.47)$$

onde $\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d}$, $\dot{q}_{r1} = \dot{q}_{1d} - \Lambda_1 \tilde{q}_1$ e $s_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_{r1}$, conforme foi definido na Seção 3.3.

Cabe destacar que a derivada do erro da deformação de pré-deslizamento é definida como sendo:

$$\dot{\tilde{z}} = \dot{z} - \dot{\hat{z}} = -\sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} + k_e \sigma_0 s_1 \quad (3.48)$$

Na análise de estabilidade será usada a seguinte função energia:

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^T M s_1 + \frac{1}{2}\tilde{z}^T k^{-1} \tilde{z} + \frac{1}{2}\tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 \quad (3.49)$$

onde $P_1 = 2\Lambda_1 K_{D1}$, como em Ghorbel e Spong (1990).

A derivada de V_1 ao longo do tempo é:

$$\dot{V}_1 = s_1^T M(q_1)\dot{s}_1 + \frac{1}{2}s_1^T \dot{M}(q_1)s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{z}^T k_e^{-1} \dot{\tilde{z}} \quad (3.50)$$

Substituindo $M\dot{s}_1$ em (3.47) e usando a propriedade da antisimetria de $[\frac{1}{2}\dot{M} - C]$, obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T [K_{D1}s_1 + \sigma_0\tilde{z} + \sigma_1\dot{\tilde{z}} - K\tilde{q}_2] + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} + \tilde{z}^T \sigma_0 s_1 \quad (3.51)$$

Substituindo a definição de $\dot{\tilde{z}}$ em (3.51):

$$\dot{V}_1 = -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\tilde{q}_1)} \tilde{z} - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\tilde{q}_1)} \tilde{z} + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 \quad (3.52)$$

As expressões de V_1 e \dot{V}_1 são utilizadas na análise de estabilidade da malha fechada resultante da aplicação do algoritmo de controle em cascata.

3.6.3 Controle de trajetória no subsistema dos rotores

A compensação do atrito não altera o equacionamento do controle de seguimento de trajetória no subsistema dos rotores. Assim, a malha fechada deste subsistema, no caso dos parâmetros conhecidos, continua sendo:

$$J \dot{s}_2 + K_{D2} s_2 = 0 \quad (3.53)$$

Na análise de estabilidade, usam-se as definições prévias de V_2 e \dot{V}_2 :

$$V_2 = \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (3.54)$$

$$\dot{V}_2 = -s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (3.55)$$

3.6.4 Análise de estabilidade

A malha fechada formada pela dinâmica do robô, o controlador em cascata, e considerando a compensação dinâmica do atrito, é formada por: (3.41), (3.44), (3.47), (3.53). Cabe destacar que, as posições desejadas para os elos, q_{1d} , e suas derivadas até ordem 3, são consideradas uniformemente limitadas. No caso ideal em que os parâmetros do manipulador são conhecidos, a convergência dos erros de seguimento são definidas a seguir.

A estabilidade da malha fechada é determinada usando a função definida positiva:

$$V = V_1 + V_2 \quad (3.56)$$

onde V_1 e V_2 são funções não negativas definidas, dos subsistemas dos elos e rotores, respectivamente.

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^T M s_1 + \frac{1}{2} \tilde{z}^T k_e^{-1} \tilde{z} + \frac{1}{2} \tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 \quad (3.57)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (3.58)$$

A derivada da função energia de todo o sistema ao longo do tempo é:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V} &= -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} \\ &\quad - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1\end{aligned}\quad (3.59)$$

Os ganhos K_{D1} , K_{D2} , e k_e satisfazem o teorema de Gershgorim (ver anexo A), de forma a garantir a seguinte relação:

$$\begin{aligned}s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} &\leq -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} \\ &\quad - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2\end{aligned}\quad (3.60)$$

Substituindo as definições de s_1 , s_2 , P_1 e P_2 , obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\Lambda_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \\ &\quad - k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \|\tilde{z}\|^2 \leq 0\end{aligned}\quad (3.61)$$

Pode-se concluir, analisando a equação (3.61), que $V(t)$ é uma função decrescente que converge a um limite finito, o qual significa que $V(t)$ é limitada e \tilde{q}_1 , $\dot{\tilde{q}}_1$, \tilde{q}_2 , $\dot{\tilde{q}}_2$, e \tilde{z} são limitados em norma. Uma representação matricial de \dot{V} permite visualizar melhor as propriedades de convergência da malha fechada.

$$\dot{V} = [\tilde{q}_1^T, \dot{\tilde{q}}_1^T, \tilde{q}_2^T, \dot{\tilde{q}}_2^T, \tilde{z}^T] Q [\tilde{q}_1^T, \dot{\tilde{q}}_1^T, \tilde{q}_2^T, \dot{\tilde{q}}_2^T, \tilde{z}^T]^T$$

onde Q é a matriz de ganhos definida a seguir:

$$Q = - \begin{bmatrix} \Lambda_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \end{bmatrix}$$

As propriedades de convergência da Equação (3.61) podem ser estabelecidas a partir da definição de $g(\dot{q}_1)$ como sendo uma função definida positiva (Canudas e Lischinsky, 1997). Em particular, o termo $-k_e^{-1} \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \|\tilde{z}\|^2$ na equação (3.61) converge a 0 quando $\dot{q}_1 = 0$. Isto significa que \tilde{z} é apenas limitada.

Porém, cabe lembrar que o modelo LuGre usado para a compensação dinâmica do atrito deve sofrer pequenas alterações para que possa ser utilizado na compensação de atrito no

esquema de controle em cascata. Isto ocorre porque nessa estratégia se faz necessário determinar a derivada da força de atrito F para calcular o sinal de controle. Assim, a função $|\dot{q}_1|$ deve ser suavizada por uma função $m(\dot{q}_1)$, por exemplo:

$$m(\dot{q}_1) = \frac{2}{\pi} \dot{q}_1 \arctan(k_v \dot{q}_1) \quad (3.62)$$

onde k_v é uma constante positiva (Guenther e Perondi, 2002). Note que, como a função $|\dot{q}_1|$, a função suavizada é igual a zero na origem: $m(0) = 0$.

A diferença residual é definida como $\Delta(q_1) = |\dot{q}_1| - m(\dot{q}_1)$.

A estabilidade da malha fechada é determinada usando a função definida positiva:

$$V = V_1 + V_2 \quad (3.63)$$

onde V_1 e V_2 são funções não negativas definidas, dos subsistemas dos elos e rotores, respectivamente.

A derivada da função de energia modifica-se para considerar a função suavizada $|\dot{q}_1|$.

A derivada da função energia de todo o sistema ao longo do tempo é:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\ \dot{V} &= -s_1^T (K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0) s_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} + s_1^T \sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} \\ &\quad - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - \tilde{z}^T k_e^{-1} \sigma_0 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \tilde{z} - s_2^T K_{D2} s_2 \end{aligned} \quad (3.64)$$

Aplicando o teorema de Rayleigh-Ritz (Noble e Daniel, 1977):

$$\dot{V} = -\lambda_{\min}(N_2) \|\rho\|^2 + \|\rho\| (\|D(\rho)\|) \leq 0$$

onde o vetor $\rho = [s_1 \ s_2 \ \tilde{z}]^T$.

Considerando que o estado z é limitado pode-se estabelecer um limite superior para $\|D\| \leq \bar{D}$ a condição para que $\dot{V}(t)$ seja negativa é que:

$$-\lambda_{\min}(N_2) \|\rho\| + \bar{D} \leq 0 \Rightarrow \|\rho\| \geq \frac{\bar{D}}{\lambda_{\min}(N_2)}$$

Se isto acontecer, $\dot{V}(t)$ é negativa e $V(t)$ decresce. Então a norma do vetor de erros $\|\rho\|$ decresce até que:

$$\dot{V} \leq \frac{\bar{D}}{\lambda_{\min}(N_2)}$$

Então $V(t)$ pode tornar-se positiva, conseqüentemente $\|\rho\|$ cresce até que a condição anterior seja satisfeita tornando $V(t)$ novamente negativa.

Pode-se concluir que o sistema em malha fechada é globalmente estável e os erros ($\|\rho\|$) convergem para um conjunto residual que depende dos coeficientes do atrito e dos ganhos K_{D1} , K_{D2} , e k_e do controlador.

A matriz N_2 é definida como sendo:

$$N_2 = - \begin{bmatrix} K_{D1} + \sigma_1 k_e \sigma_0 & 0 & -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \\ 0 & K_{D2} & 0 \\ -\frac{1}{2} \sigma_0 \sigma_1 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} & 0 & k_e^{-1} \sigma_0 \frac{m(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} \end{bmatrix}$$

O vetor D é definido como sendo:

$$D = [\sigma_0 \sigma_1 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z \quad 0 \quad -k_e^{-1} \sigma_0 \frac{\Delta(\dot{q}_1)}{g(\dot{q}_1)} z]^T$$

3.7 Conclusões

O Capítulo 1 apresenta vários esquemas de controle que interpretam o modelo do robô com transmissões flexíveis como sendo composto por subsistemas interconectados. Neste capítulo, apresentou-se a aplicação de uma estratégia de controle em cascata, no âmbito do problema de seguimento de trajetória, aplicada no modelo do robô que é considerado formado por dois subsistemas interconectados: os subsistemas dos elos e rotores.

No caso ideal, em que todos os parâmetros são conhecidos, o controle em cascata permite a síntese de controladores simples. Mostrou-se que o sistema em malha fechada é globalmente estável e que os erros de posição e velocidade convergem exponencialmente para zero. Havendo incertezas nos parâmetros, ocorrem erros de seguimento e de regime. A redução dos erros de seguimento pode ser realizada mediante o emprego de uma lei adaptativa para o controle no subsistema dos elos rígidos e de uma lei a estrutura variável para o controle no subsistema do rotores, como em Guenther (1993).

Em relação à aplicação da técnica do *backstepping* cabe ressaltar, que a ordem de complexidade das expressões de controle foi similar à metodologia baseada na passividade, porém, no *backstepping* a complexidade aumenta caso sejam adicionados outros passos de integração, por exemplo, para melhorar o desempenho do robô (Jong e Lee, 1997). Isto provocaria um considerável aumento da complexidade do algoritmo de controle, o que dificultaria sua implementação prática (Wang e Khorrami, 2000).

O estudo das dinâmicas não modeladas foi realizado através da consideração do atrito presente na estrutura mecânica do robô. Na tese foi introduzido um observador dos torques de atrito, baseado no modelo LuGre, e adaptou-se a estratégia de controle em cascata para

incluir a compensação dos torques de atrito. Para tanto, utilizou-se, com algumas modificações, o observador proposto por Canudas et al. (1995). Foi realizada a prova da estabilidade para o sistema em malha fechada que resulta da aplicação do controle em cascata sobre o sistema composto pelos subsistemas dos elos e rotores, conjugado com o observador para os torques de atrito. No caso em que os parâmetros do sistema são conhecidos e não há forças externas provou-se que, dependendo dos ganhos do controlador, os erros de seguimento apresentam convergência para um conjunto residual e a malha fechada é globalmente estável. No Capítulo 5 são apresentados os procedimentos adotados para a implementação experimental dos controladores, bem como a metodologia desenvolvida para a escolha e ajuste dos ganhos.

Capítulo 4

Protótipo de robô com transmissões flexíveis

Existem diversos protótipos de robôs construídos em universidades com fins didáticos, que facilitam o estudo de diversas estruturas mecatrônicas. Entre eles encontramos o conhecido pêndulo invertido, formado por um ou dois elos, e robôs planares parcialmente atuados, entre outros. Exemplos destes protótipos são Pendubot (Block e Spong, 1995) e o Acrobot (Spong e Block, 1995).

Na realização deste trabalho, constatamos a necessidade de construção de um robô didático que permitisse estudar o efeito das transmissões flexíveis. Da mesma forma, o sistema de controle deveria facilitar o estudo detalhado da resposta do controlador e do robô. Isto foi conseguido usando o sistema dSPACE, como se mostra no Capítulo 5.

Neste capítulo é descrita a metodologia seguida na identificação dos parâmetros de um protótipo de robô manipulador com dois elos rígidos e duas transmissões flexíveis, construído para o estudo da flexibilidade (Ramirez, De Pieri e Kinceler, 2002). O robô projetado será usado na verificação experimental das leis de controle apresentadas no Capítulo 3.

4.1 Modelo do Robô

O modelo do robô investigado neste trabalho descreve um manipulador que possui dois braços rígidos e duas juntas flexíveis, ver Figura 4.1. Neste robô, o movimento é restrito ao plano horizontal, de maneira tal que os termos gravitacionais não aparecem nas equações do movimento, ver Figura 4.2.

Entre cada motor, que possuem rotores com momentos de inércia J_1 e J_2 , e os braços, com momentos de inércia I_1 e I_2 , foram implementadas transmissões através de engrenagens

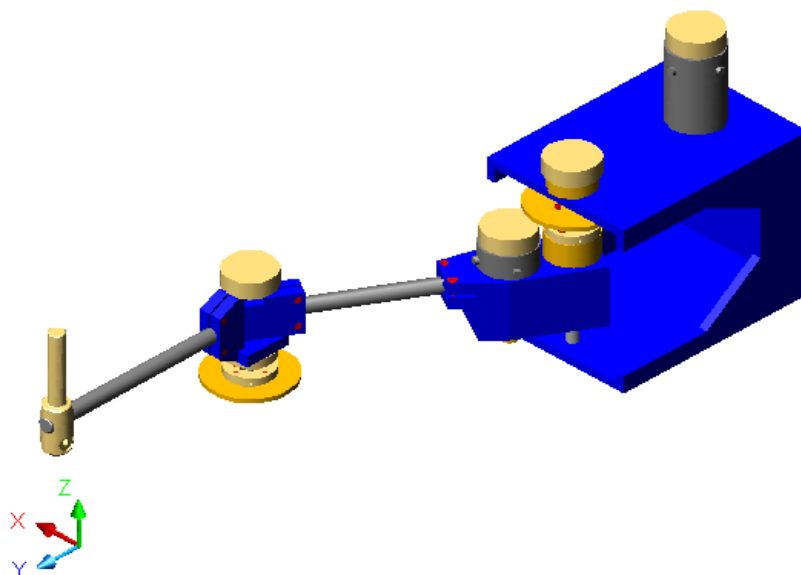


Figura 4.1: Desenho do robô.

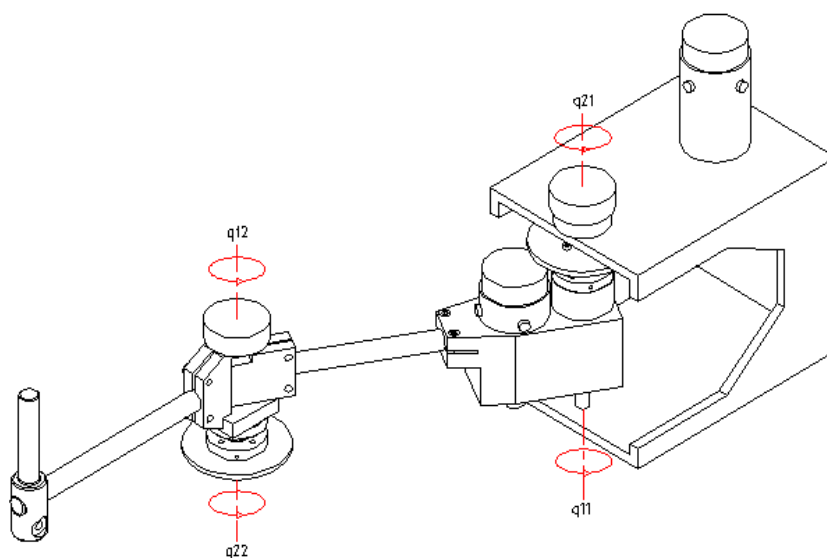


Figura 4.2: Eixos de rotação do robô.

com razões de transmissão r_1 e r_2 , e molas de torção, com valores de constantes de mola de K_1 e K_2 , ver Figura 4.3. O primeiro e o segundo rotor dos motores tem massas m_1 e m_3 , respectivamente. O segundo motor está posicionado sobre o primeiro elo e está situado a uma distância b_1 da primeira junta. Os elos tem comprimentos l_1 e l_2 , sendo que o modelo assume massas distribuídas m_2 e m_4 para cada braço, respectivamente. O centro de gravidade do primeiro elo está situado a uma distância a_1 do eixo de rotação, enquanto que o centro de gravidade do segundo elo está situado a uma distância a_2 do eixo de rotação. O modelo assume torques de atrito F_1 e F_2 para cada junta, segundo o modelo LuGre. Os torques u_1 e u_2 são aplicados nos rotores. O conjunto de coordenadas generalizadas $q = [q_1^T, q_2^T]$ é utilizado para representar a posição dos elos e dos rotores, respectivamente. o protótipo desenvolvido não possui efetuador final e, por isso, não são consideradas a massa e a inércia da carga.

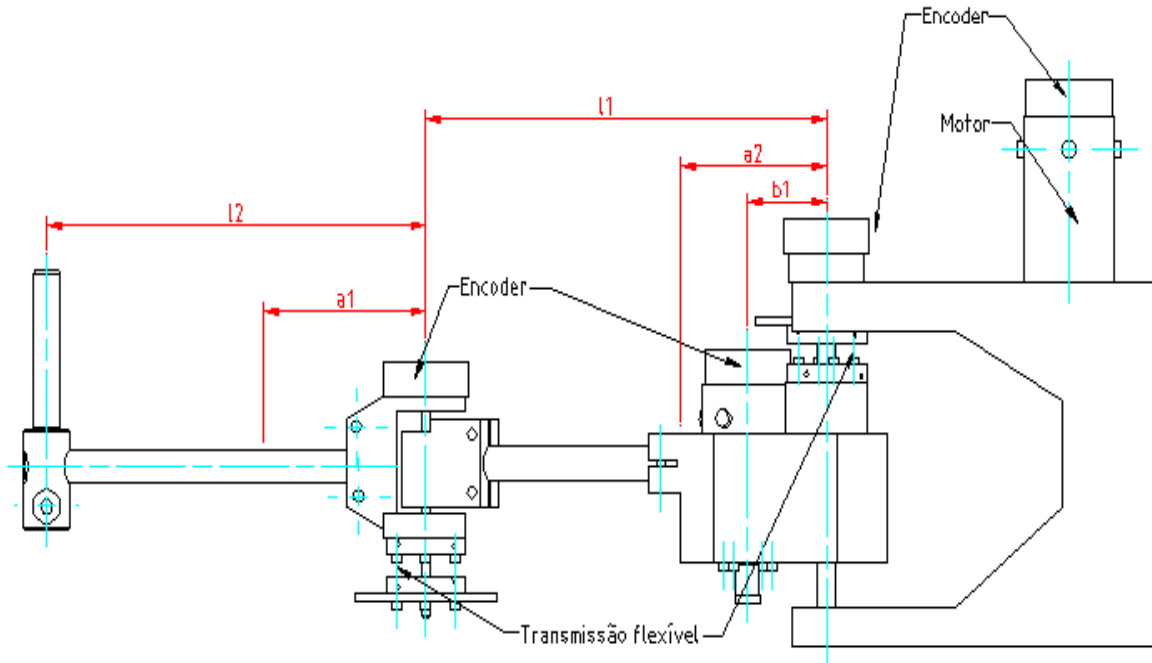


Figura 4.3: Cinemática e parâmetros do robô.

O comportamento dinâmico do robô pode ser descrito através do seguinte sistema de equações obtidas utilizando-se as equações de Lagrange:

$$\begin{aligned} M\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 - \bar{K}[q] + F &= 0 \\ J\ddot{q}_2 + \bar{K}[q] &= u, \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde $q_1^T = [q_{11}, q_{12}]$, $q_2^T = [q_{21}, q_{22}]$ formam o conjunto de vetores das coordenadas generalizadas do sistema (4.1).

A matriz de inércia é dada por:

$$M = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + m_3 b_1^2 + m_2 a_1^2 + m_4 (l_1^2 + a_2^2 + 2l_1 a_2 \cos(q_{12})) & I_2 + m_4 (a_2^2 + l_1 a_2 \cos(q_{12})) \\ I_2 + m_4 (a_2^2 + l_1 a_2 \cos(q_{12})) & I_2 + m_4 a_2^2 \end{bmatrix}$$

A matriz dos torques centrífugos e de Coriolis resulta:

$$C(q_1, \dot{q}_1) = \begin{bmatrix} h\dot{q}_{12} & h\dot{q}_{11} + h\dot{q}_{12} \\ -h\dot{q}_{11} & 0 \end{bmatrix}$$

onde $h = -m_2 l_1 a_2 \sin(q_{12})$.

O vetor J contém os coeficientes da inércia dos rotores, e é definido como sendo:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \end{bmatrix}$$

A matriz K contém os coeficientes de mola das transmissões, e é definida como sendo:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}$$

O vetor dos torques de atrito é definido como sendo:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

Por último, o vetor dos torques de controle têm a seguinte estrutura:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

sendo que u_1 e u_2 são os torques aplicados nos rotores.

4.1.1 Parâmetros do manipulador

Alguns parâmetros utilizados nas equações mostradas anteriormente, como as massas e os comprimentos, foram medidos diretamente através de instrumentos apropriados. Para a determinação do erro associado a estas medições foi utilizada a incerteza de medição dos respectivos instrumentos.

Medições de massas e comprimentos

A medição das massas dos motores e elos deste manipulador, m_1, m_2, m_3 e m_4 , foi feita diretamente através da utilização de uma balança digital. A balança, fabricada pela Mettler Toledo, modelo PB5001, tem faixa de operação de 0 a 5 kg, com incerteza de medição $\pm 1g$. Foram efetuados cinco ciclos de medição para cada peça. Os resultados da medição usando a balança modelo PB5001 são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Resultado das medições de massa.

Parâmetros	Valor	Erros de medição
m_1, m_3	0.314 kg	± 0.001 kg
m_2	3.179 kg	± 0.001 kg
m_4	0.769 kg	± 0.001 kg

Na medição dos comprimentos l_1, l_2 e b_1 foi utilizado um paquímetro com nônio de 0,05 mm, sendo que o erro admissível é de $\pm(50 + L/20)$ microns, onde L é o comprimento em milímetros. Cinco ciclos de medição foram efetuados para cada comprimento, sendo que os resultados da medição para estas massas são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Resultado das medições de comprimento.

Parâmetros	Valor	Erros de medição
l_1	0.320 m	± 66 μm
l_2	0.267 m	± 63 μm
b_1	0.053 m	± 66 μm

4.1.2 Medições indiretas

As medições dos outros parâmetros do manipulador, tais como os centros de gravidade, os momentos de inércia e as constantes de mola, foram realizados de maneira indireta. Nestes casos, a incerteza da medição combina os erros dos instrumentos utilizados, conforme Gonçalves (1995). Apresenta-se a seguir, o desenvolvimento utilizado para a determinação dos parâmetros mencionados acima, bem como o método para a determinação das suas respectivas incertezas de medição.

Medição dos centros de gravidade dos elos

A determinação dos centros de gravidade dos elos do manipulador, a_1 e a_2 , foi realizada com o auxílio de uma balança de acordo com o experimento mostrado na Figura 4.4. Cada braço tem um dos lados apoiado em uma balança, sendo que o outro lado é simplesmente apoiado. Os centros dos eixos de rotação dos elos são os pontos de apoio.

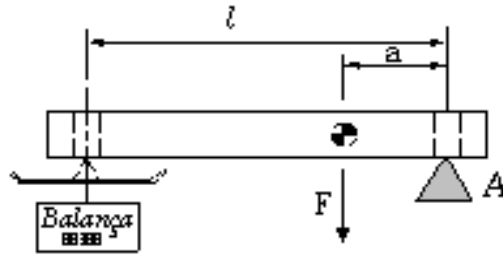


Figura 4.4: Aparato experimental para a determinação dos centros de gravidade dos braços.

Neste caso estático, a somatória dos momentos das forças que agem no braço em relação ao ponto A, M_A , é dado pela equação (4.2).

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow m_2 g a_1 - R l_1 = 0 \quad (4.2)$$

onde m_2 é a massa total do primeiro braço e g é a aceleração da gravidade, sendo que a força $R = m_{b1}g$ é determinada medindo-se a massa m_{b1} na balança. Da mesma forma, a força $R = m_{b2}g$ é determinada medindo-se a massa m_{b2} na balança, para o segundo braço do robô.

Rearranjando-se a equação (4.2), os centros de gravidade a_1 e a_2 do primeiro e segundo elos podem ser determinados, respectivamente, pelas equações (4.3) e (4.4).

$$a_1 = \frac{m_{b1} l_1}{m_2} \quad (4.3)$$

$$a_2 = \frac{m_{b2} l_2}{m_4} \quad (4.4)$$

O erro associado nesta medição pode ser determinado utilizando-se a combinação de erros (Gonçalves, 1995), levando-se em consideração que a medição das massas não é independente. De acordo com Gonçalves (1995), o erro associado à medição dos centros de gravidade IR_{a1} e IR_{a2} do primeiro e segundo elos, respectivamente, são determinados pelas equações (4.5) e

(4.6). IR representa a incerteza da medição.

$$\frac{IR_{a1}}{a_1} = \sqrt{\frac{IR_b}{m_{b1}} + \frac{IR_b}{m_2}} + \sqrt{\frac{IR_p}{l_1}} \quad (4.5)$$

$$\frac{IR_{a2}}{a_2} = \sqrt{\frac{IR_b}{m_{b2}} + \frac{IR_b}{m_4}} + \sqrt{\frac{IR_p}{l_2}} \quad (4.6)$$

onde IR_b e IR_p e são as incertezas de medição dos instrumentos utilizados. A letra b representa a balança e a letra p representa o paquímetro.

A tabela 4.3 ilustra o resultado da medição dos centros de gravidade.

Tabela 4.3: Resultado das medições dos centros de gravidade.

Parâmetros	Valor	Erros de medição
a_1	0.052 m	± 0.001 mm
a_2	0.064 m	± 0.002 mm

Medição dos momentos de inércia dos elos

A determinação dos momentos de inércia dos braços do manipulador em relação ao centro de gravidade foi realizada de maneira indireta, medindo-se o período da oscilação de um pêndulo, neste caso, os elos do manipulador, como mostra a Figura 4.5.

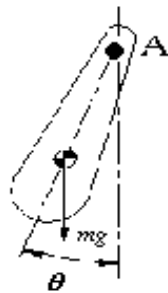


Figura 4.5: Aparato experimental para a determinação dos momentos de inércia dos braços.

Os elos do manipulador foram pendurados pelos eixos (ponto A da Figura 4.5), sendo sujeitos a uma pequena oscilação, onde θ representa o ângulo da oscilação. Para este sistema, conforme Seto (1964), a equação de movimento é dada pela equação (4.7).

$$J_A \ddot{\theta} + mgd \sin(\theta) = 0 \quad (4.7)$$

onde J_A é o momento de inércia em relação ao eixo de rotação do pêndulo; m é a massa do elo em questão; g é a aceleração da gravidade e d é a distância do eixo de rotação ao centro de gravidade. Para pequenas oscilações $\sin(\theta) \approx \theta$, e a frequência natural do pêndulo pode ser determinada pela Equação (4.8).

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mgd}{J_A}} \quad (4.8)$$

onde T é o período da oscilação.

Rearranjando-se a Equação (4.8), o momento de inércia dos elos do manipulador em relação ao centro de gravidade pode ser determinado pela Equação (4.9).

$$J_A = \sqrt{\frac{mgdT^2}{4\pi^2}} \quad (4.9)$$

Portanto, medindo-se o período de uma oscilação, pode-se determinar J_A . Na prática, mede-se o período de dez oscilações, e calcula-se a média. Além disso, aplicando o teorema de elos paralelos (Seto, 1964), tem-se:

$$J_A = J_{CG} + md^2 \quad (4.10)$$

onde J_{CG} é o momento de inércia de cada braço em relação ao centro de gravidade, ou seja, I_1 e I_2 , respectivamente. Desta forma:

$$J_{CG} = J_A - md^2 \quad (4.11)$$

Os erros associados a esta medição podem ser determinados utilizando-se as combinações de erros. Para a sua determinação utilizou-se as Equações (4.12) e (4.13), conforme Gonçalves, (1995).

$$\frac{IR_{JCG}}{I_1} = \sqrt{\frac{IR_b}{m_2} + \frac{IR_p}{l_1} + \frac{2IR_T}{T_1}} + \sqrt{\frac{IR_b}{m_2} + 2\frac{IR_p}{l_1}} \quad (4.12)$$

$$\frac{IR_{JCG}}{I_2} = \sqrt{\frac{IR_b}{m_4} + \frac{IR_p}{l_2} + \frac{2IR_T}{T_2}} + \sqrt{\frac{IR_b}{m_4} + 2\frac{IR_p}{l_2}} \quad (4.13)$$

onde IR_b , IR_p e IR_T são as incertezas de medição dos instrumentos utilizados. A letra T representa o cronômetro.

A Tabela 4.4 ilustra o resultado da medição dos momentos de inércia dos elos do robô.

Tabela 4.4: Resultado das medições dos centros de gravidade

Parâmetros	Valor	Erros de medição
I_1	0.024 Kg m ²	± 0.005 Kg m ²
I_2	0.006 Kg m ²	± 0.002 Kg m ²

Medição das constantes de mola

A determinação dos valores das constantes de mola, que se situam na primeira e segunda juntas do manipulador também foi realizada de maneira indireta, auxiliada pela montagem experimental mostrada na Figura 4.6.

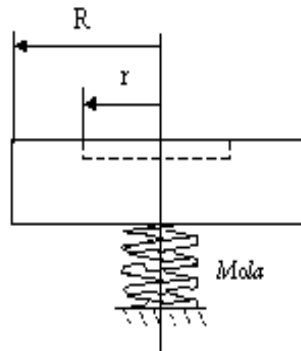


Figura 4.6: Aparato experimental para a determinação das constantes de mola.

Nesta montagem, as molas são fixadas a uma estrutura rígida, e o outro lado é fixado a um disco com massa m_p e momento polar de inércia J_p conhecidos. Os ângulos de rotação são medidos através de um encoder instalado sobre a massa. Considerando pequenos deslocamentos angulares, a equação diferencial deste sistema é dada pela Equação (4.14):

$$J_p \ddot{\theta} + K[\theta] = 0 \quad (4.14)$$

onde K é o valor da constante de mola a ser determinado. Neste sistema, a frequência natural de oscilação é dada pela Equação (4.15):

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{J_p}} \quad (4.15)$$

onde T é o período da oscilação.

Portanto, medindo-se o período de uma oscilação, pode-se determinar K através de:

$$K = \frac{4\pi^2 J_p}{T^2} \quad (4.16)$$

Na prática, mede-se o período de dez oscilações, e calcula-se a média.

Cabe destacar que o momento polar de inércia da peça foi calculado analiticamente através da Equação (4.17):

$$J_p = \frac{m_a(r^2 + R^2)}{2} \quad (4.17)$$

onde r e R são o raio interno e externo da peça, respectivamente, como ilustra a Figura 4.6.

Para determinar o período de oscilação T , um pequeno impulso é aplicado ao sistema para fazer com que o disco oscile, sendo que os ângulos de oscilação são registrados pelo encoder. O erro associado a esta medição pode ser determinado utilizando-se a combinação de erros, como mostram as Equações (4.18) e (4.19).

$$\frac{IR_K}{K_1} = \sqrt{\frac{IR_{J_p}}{J_p} + \frac{2IR_T}{T_1}} \quad (4.18)$$

$$\frac{IR_K}{K_2} = \sqrt{\frac{IR_{J_p}}{J_p} + \frac{2IR_T}{T_2}} \quad (4.19)$$

onde a letra T representa o cronômetro.

A incerteza de medição do momento polar IR_{J_p} pode ser obtida pela Equação (4.20):

$$\frac{IR_{J_p}}{J_p} = \sqrt{\frac{IR_b}{m_a} + \frac{IR_p}{r}} + \sqrt{\frac{IR_b}{m_a} + \frac{2IR_p}{R}} \quad (4.20)$$

A Tabela 4.5 ilustra os resultados da medição das constantes de mola e o erro associado às medições.

Tabela 4.5: Resultado das medições das constantes de mola.

Parâmetros	Valor	Erros de medição
K_1	6.77 Nm/rad	± 0.02 Nm/rad
K_2	10.81 Nm/rad	± 0.05 Nm/rad

Resumo dos parâmetros do robô

A Tabela 4.6 resume os parâmetros nominais obtidos, considerando o modelo descrito pela Equação (4.1).

Tabela 4.6: Parâmetros robô.

Parâmetros	Valor
m_1	0.314 Kg
m_2	3.179 Kg
m_3	0.314 Kg
m_4	0.769 Kg
J_1	0.005 Kg m ²
J_2	0.005 Kg m ²
I_1	0.024 Kg m ²
I_2	0.006 Kg m ²
l_1	0.320 m
l_2	0.267 m
a_1	0.052 m
a_2	0.064 m
b_1	0.062 m
r_1	5
r_2	5
K_1	6.77 Nm/rad
K_2	10.81 Nm/rad

A determinação dos coeficientes do atrito na equação do modelo (4.1) merece uma seção à parte. O procedimento realizado na identificação destes parâmetros será descrito a seguir.

4.2 Estimativa dos parâmetros de atrito

O modelo LuGre baseia-se na medição de uma variável não mensurável que representa o comportamento médio dos elementos elásticos em contato. Esta deformação, denotada por z , foi definida no Capítulo 2.

A força de atrito gerada pela reação ao movimento dos elementos elásticos em contato e pelas forças viscosas é aproximada por:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (4.21)$$

O modelo de LuGre é caracterizado pela função $g(v)$ e os parâmetros σ_0, σ_1 e σ_2 . A parametrização da função $g(v)$ leva em conta os atritos seco e viscoso, bem como o efeito de

Stribeck (ver, por exemplo, Armstrong- Hélouvry et al., 1994) e    expressa por:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{(-\frac{v}{v_s})^2} \quad (4.22)$$

onde F_c , F_s , v_s e σ_2 são os parâmetros estáticos do modelo de atrito, conforme foi definido no Capítulo 2.

Os parâmetros estáticos do modelo LuGre podem ser estimados através da constru  o de um mapa estático. O mapa estático    realizado através de medi  es de movimentos com velocidade constante. O mapa estático levantado no primeiro elo do robô    apresentado na Figura 4.7.

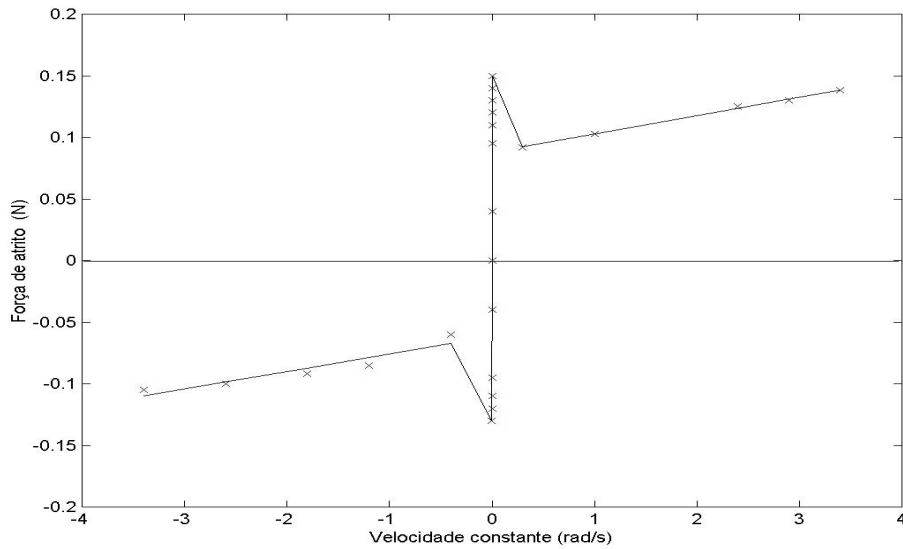


Figura 4.7: Mapa estático de velocidade versus torque de atrito.

O mapa estático foi obtido através da imposi  o de trajetórias com velocidades de deslocamento constantes diferentes, medindo-se a velocidade de rota  o do elo e medindo-se a corrente que circula pelo rotor para determinar o torque de atrito. A Figura 4.8 mostra uma leitura de posi  o realizada a velocidade constante no primeiro elo.

A Figura 4.9 ilustra a leitura de velocidade de rota  o do elo, a qual    realizada de forma indireta através da deriva  o numérica das leituras de posi  o realizadas pelo codificador angular. Cabe destacar, que a velocidade que se coloca no mapa estático se corresponde com a média aritmética dos valores de velocidade obtidos na saída do diferenciador, como em Dupont e Dunlap (1995). Neste caso, a velocidade de rota  o do elo    de, aproximadamente,

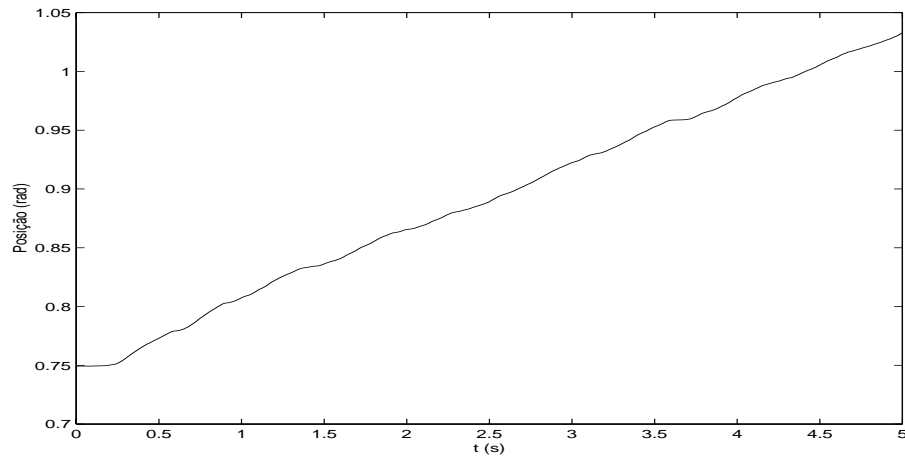


Figura 4.8: Deslocamento do elo a velocidade constante.

0.5 rad/s.

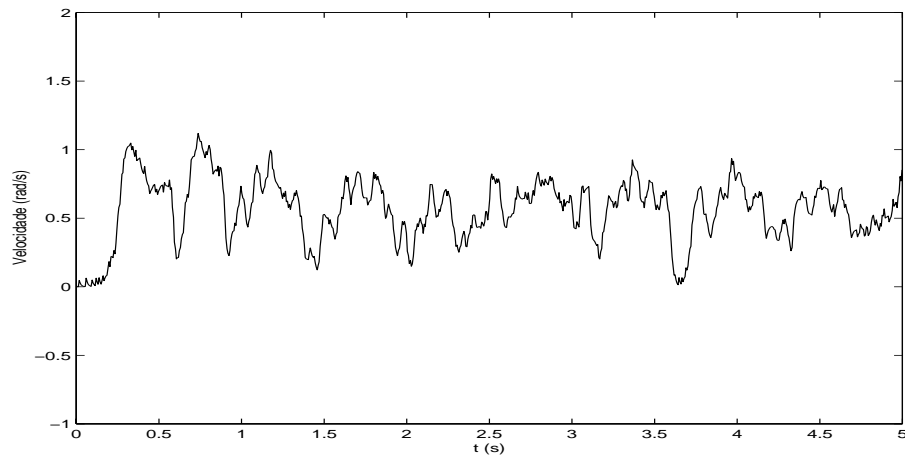


Figura 4.9: Velocidade do elo.

A Figura 4.10 mostra o torque correspondente a velocidade constante mostrada na Figura 4.9. A relação entre a corrente no motor e o torque resultante é dada através da constante de torque do motor, que é conhecida, e da relação de redução. Cabe destacar que os valores analógicos da corrente de armadura são fornecidos pelo servo amplificador e digitalizados pela placa dSPACE.

A Figura 4.11 ilustra, através de um círculo, o ponto correspondente às medições mostradas nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 para o primeiro elo.

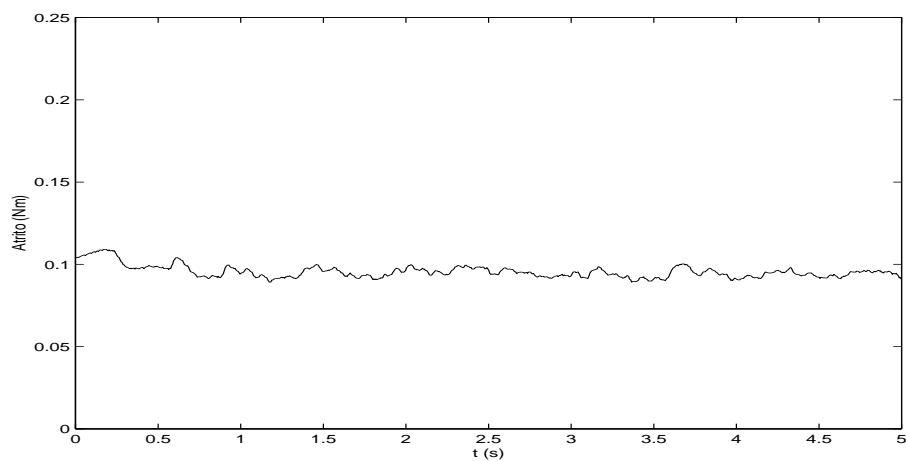


Figura 4.10: Torque obtido a velocidade constante.

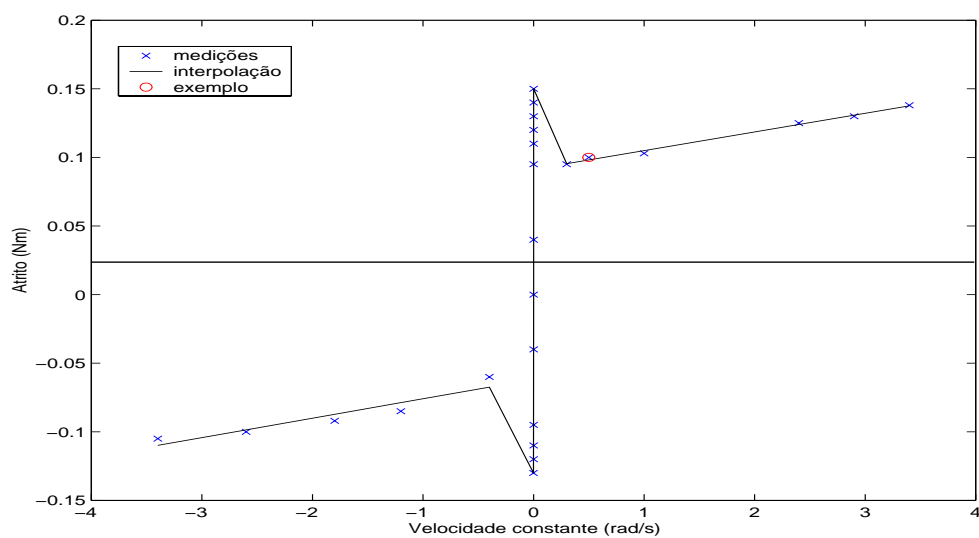


Figura 4.11: Mapa estático de velocidade versus torque de atrito.

O ajuste dos parâmetros estáticos aos dados experimentais pode ser realizado através de técnicas não-lineares (Canudas e Lischinsky, 1997), ou por inspeção do mapa estático, conforme foi tratado no Capítulo 2. Nesta tese, os valores dos parâmetros estáticos do atrito foram obtidos usando a função LSQCURVEFIT do Matlab.

O objetivo foi minimizar a seguinte função custo (Canudas, 1999):

$$\min (F_s, F_c, \sigma_2, v_s) \sum [F_{ss}(v_i) - \hat{F}_{ss}(v_i)]^2 \quad (4.23)$$

onde $F_{ss}(v_i)$ são os valores de atrito medidos durante os movimentos realizados a velocidade constante e $\hat{F}_{ss}(v_i)$ são os valores estimados. Os valores estimados são obtidos a partir da equação do modelo estático de atrito:

$$\hat{F}_{ss}(v_i) = \hat{F}_c \operatorname{sgn}(v_i) + (\hat{F}_s - \hat{F}_c) e^{(-\frac{v_i}{v_s})^2} \operatorname{sgn}(v_i) + \hat{\sigma}_2 v_i \quad (4.24)$$

Os resultados obtidos para o primeiro elo são mostrados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Primeiro elo: Coeficientes estáticos do modelo LuGre.

Parâmetros	F_s [Nm]	F_c [Nm]	v_s [rad/s]	σ_2
$\dot{q}_{11} > 0$	0.15	0.09	0.05	0.02
$\dot{q}_{11} < 0$	0.13	0.06	0.03	0.01

Os parâmetros estáticos do modelo LuGre para o segundo elo do manipulador foram determinados seguindo um procedimento similar ao descrito anteriormente. A Tabela 4.8 mostra os resultados obtidos.

Tabela 4.8: Segundo elo: Coeficientes estáticos do modelo LuGre.

Parâmetros	F_s [Nm]	F_c [Nm]	v_s [rad/s]	σ_2
$\dot{q}_{12} > 0$	0.19	0.15	0.05	0.03
$\dot{q}_{12} < 0$	0.17	0.14	0.05	0.03

Os parâmetros dinâmicos do modelo LuGre σ_0 e σ_1 devem ser estimados através de métodos de otimização não lineares. Para determinar os parâmetros dinâmicos do modelo é importante projetar um experimento adequado, de forma a ressaltar os efeitos desses parâmetros. Em particular, os movimentos de adere-desliza, ou *stick-slip*, e os movimentos transitórios produzidos pela inversão de velocidade são altamente sensíveis aos valores de σ . Desta forma, σ_0 e σ_1 podem ser obtidos a partir de experimentos em malha aberta, indu-

zindo movimentos de adere-desliza e invertendo a velocidade. As medições realizadas e os parâmetros estáticos do modelo são usados para minimizar a seguinte função custo:

$$\min (x, x_m, \sigma_0, \sigma_1) \sum [x(k) - x_m(k)]^2 \quad (4.25)$$

onde $x(k)$ representa a posição do elo a cada instante de tempo e $x_m(k)$ é o valor da posição do elo obtida a partir de integração numérica, seguindo o modelo dado pelas equações (4.26), (4.27) e (4.28):

$$J\ddot{x}_m = u - \hat{F} \quad (4.26)$$

$$\dot{z} = v_m - \frac{|v_m| \hat{\sigma}_0}{g(v_m)} z \quad (4.27)$$

$$\hat{F} = \hat{\sigma}_0 z + \hat{\sigma}_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (4.28)$$

onde $v_m = \dot{x}_m$; J é a soma da inércia do rotor e o elo; x_m é a posição angular; e u é o torque aplicado no elo. Em cada passo do algoritmo de otimização é chamada uma subrotina de integração para computar x_m . Cabe destacar que as medições para a determinação dos parâmetros do modelo do atrito foram realizadas a baixas velocidades, de forma a não excitar a dinâmica da transmissão flexível. Nestas condições, o modelo do robô pode ser aproximado como sendo rígido, como mostra a equação (4.26). Na operação do robô, no caso de trajetórias de velocidade com frequências próximas à frequência natural do sistema, o valor da componente do atrito dependerá, na prática, do valor da componente do atrito viscoso.

O valor estimado dos parâmetros dinâmicos no primeiro elo resultou em $\sigma_0 = 100$, $\sigma_1 = 0.1$. Os coeficientes dinâmicos obtidos para o segundo elo foram $\sigma_0 = 150$ e $\sigma_1 = 0.5$.

As Figuras 4.12 e 4.13 mostram os resultados experimentais e de simulação, realizados em malha aberta, para a determinação dos parâmetros dinâmicos. Observa-se a boa correspondência entre os resultados medidos e simulados, como mostra a Figura 4.13.

Do ponto de vista de controle, conforme foi tratado no Capítulo 3, é necessário implementar o observador do atrito. Na determinação dos coeficientes do observador são usados os valores nominais médios, como em Canudas (1995), conforme mostra a Tabela 4.9 para ambos os elos.

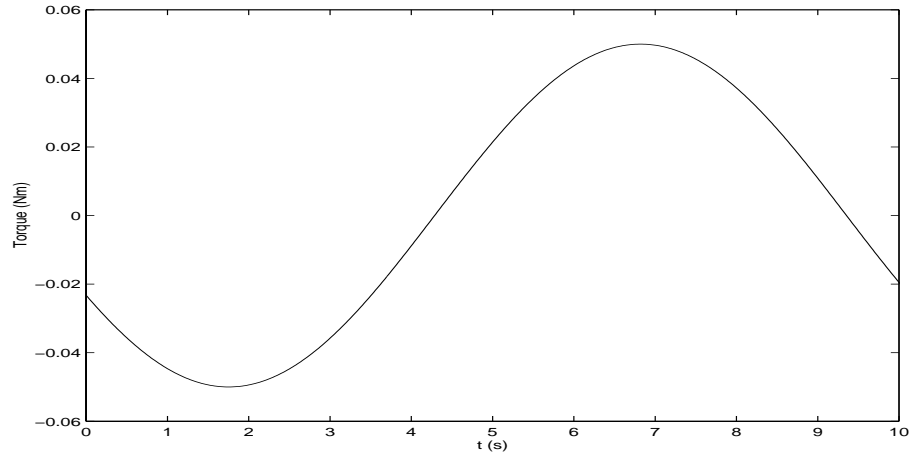


Figura 4.12: Experimento para a determinação dos parâmetros dinâmicos: torque de controle em malha aberta.

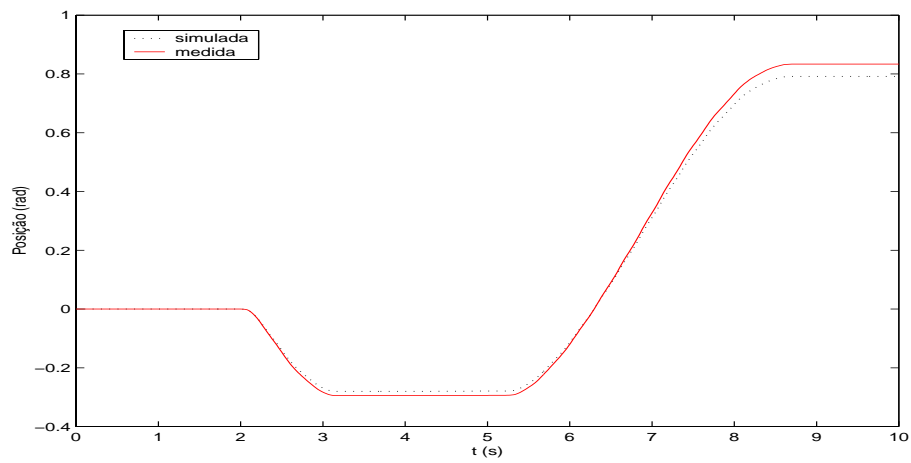


Figura 4.13: Experimento para a determinação dos parâmetros dinâmicos: posição medida e posição simulada do elo.

Tabela 4.9: Observador de atrito: Coeficientes do modelo LuGre.

Parâmetros	F_s [Nm]	F_c [Nm]	v_s [rad/s]	σ_2	σ_0	σ_1
Primeiro elo	0.18	0.09	0.04	0.01	100	0.1
Segundo elo	0.18	0.14	0.05	0.03	150	0.5

4.3 Conclusões

Neste capítulo foi descrito um robô didático projetado para o estudo da flexibilidade nas transmissões e foi descrita uma metodologia para determinar os parâmetros do robô considerando as incertezas paramétricas e incluindo a determinação dos parâmetros do atrito.

O robô projetado é utilizado na verificação experimental das leis de controle apresentadas no Capítulo 3. Os resultados de simulações e ensaios experimentais apresentados no Capítulo 5 mostram que o modelo aqui desenvolvido para o robô é adequado para a utilização no projeto do controlador em cascata.

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo mostram-se os principais resultados experimentais e de simulação obtidos a partir da aplicação das leis de controle descritas na tese. O capítulo inicia mostrando algumas das limitações das técnicas de controle clássicas quando aplicadas diretamente em robôs com transmissões flexíveis. Depois são aplicadas as metodologias de controle em cascata, e mostram-se os principais resultados, incluindo a compensação dinâmica do atrito. As simulações apresentadas foram realizadas usando o software Dymola, versão 4.1 (Elmqvist et al., 1997) e o Matlab, versão 5.3. Cabe destacar que os experimentos são realizados no primeiro elo do protótipo construído. O capítulo inicia com a descrição do experimento.

5.1 Descrição do experimento

O sistema flexível de desenvolvimento dSPACE (Digital Signal Processing and Control Engineering) permite validar o projeto de controladores sobre um processo real diretamente, a partir do diagrama de blocos implementado no Simulink/MATLAB. O projeto do controlador é compilado e executado em tempo real. A conexão com o robô é feita através de interfaces de entrada-saída. O sistema DS1102 é baseado na terceira geração do Processador Digital de Sinais, ou DSP (*Digital Signal Processor*) de ponto flutuante projetado pela Texas Instruments, e acrescida de um conjunto de periféricos freqüentemente utilizados em sistemas de controle digital.

Basicamente, o sistema DS1102 é formado por um microcontrolador DSP TMS320C31, quatro conversores de sinais analógicos para digitais (ADC), que operam com uma resolução de 12 bits, e quatro conversores de sinais digitais para analógicos (DAC), de 12 bits. Dois codificadores incrementais servem de interface aos sensores ópticos incrementais. Possui ainda um conjunto de quatro portas digitais de entrada-saída de 16 bits.

5.1.1 Instalação experimental

A bancada experimental utilizada na implementação e testes dos controladores está instalada no LASHIP (Laboratório de Automação de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos) da UFSC e é mostrada na Figura 5.1.

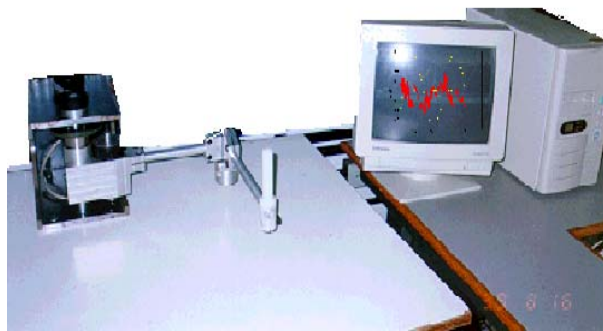


Figura 5.1: Instalação experimental utilizada nos testes de controle do robô com flexibilidade.

O robô é interligado ao computador pessoal (PC) através da placa DSP. A Figura 5.2 ilustra os elementos que formam o sistema de controle entre o robô e a placa DS1102.

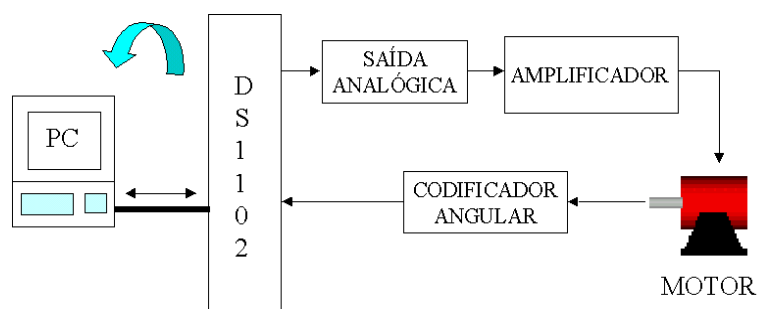


Figura 5.2: Principais elementos do sistema de controle.

A seguir são descritos esses elementos.

- Motor DCM8852 produzido por INLAND. Características: 1000 RPM, 24 V CC, limite de corrente de 6 A.
- Codificador angular HEDS-6010 da Hewlett Packard. Características: disco com 56

mm de diâmetro, dois canais A e B que operam em quadratura de fase mais o *Index*. Possui ainda 1024 linhas que proporcionam uma resolução de 0.086 graus.

- Servo amplificador modelo 12A8, produzido pela Advanced Motion Control. A corrente máxima de saída é de 12 A. Tem quatro modos de operação. No modo de operação tensão-corrente (modo torque) a saída do amplificador é uma corrente proporcional à tensão aplicada na entrada.

5.1.2 Estrutura de Controle

O controle é implementado seguindo a estrutura mostrada na Figura 5.3:

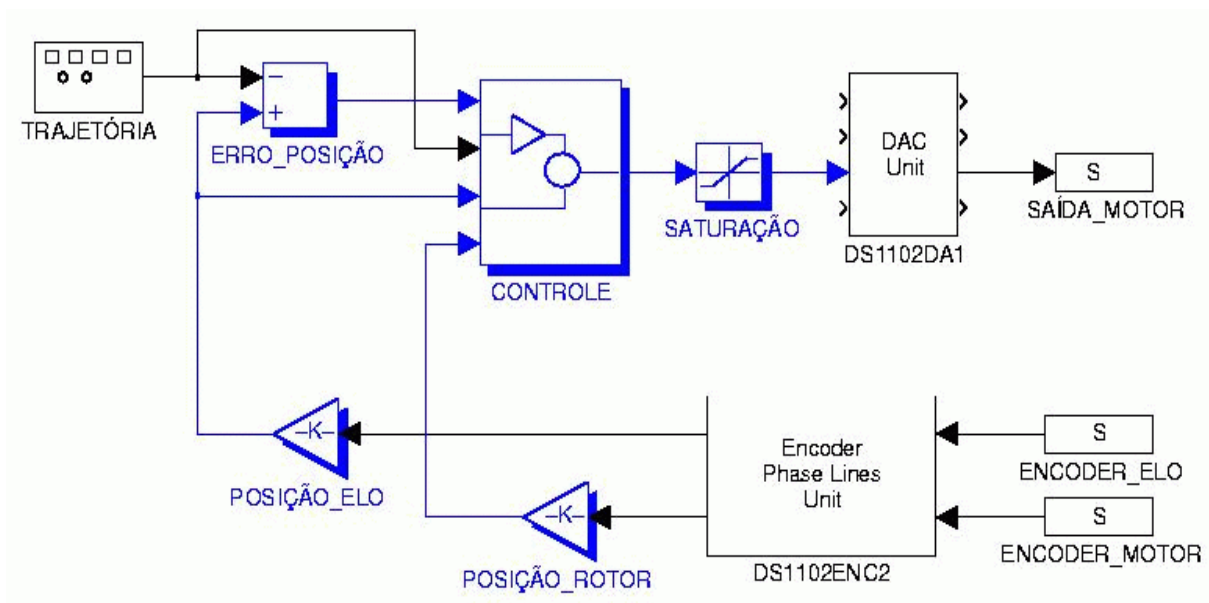


Figura 5.3: Estrutura do controlador.

Encoder-elo e Encoder-motor representam os sinais na saída dos codificadores incrementais solidários ao elo e ao eixo de rotação do motor, respectivamente. Posição-elo e Posição-rotor representam a transformação das leituras disponibilizadas pelos codificadores incrementais, em valores angulares de posição (ver saída do bloco *Encoder Phase Lines Unit*). A trajetória desejada para o braço é projetada no bloco Trajetória, enquanto no bloco Erro-Posição se determina a diferença entre a posição desejada e a posição atual do elo a cada instante de tempo. No bloco Controle é desenvolvida a estratégia de controle. Cabe destacar que a dinâmica do motor CC usado neste trabalho é considerada como sendo muito rápida, assim a tensão aplicada no circuito da armadura é proporcional à corrente e, consequen-

temente, o torque do motor é proporcional à tensão aplicada. Esta relação é ajustada no bloco Saturação. Ainda no bloco Saturação é definida a tensão limite que deve ser aplicada na entrada do servomotor, que é de $\pm 10V$, de modo a evitar que o mesmo se danifique. Saída-motor é o sinal analógico resultante da ação de controle, convertido em tensão no bloco Saturação. A tensão de controle é enviada ao servo amplificador através do bloco de conversão DAC. Cabe destacar que no servo amplificador foi ajustada a corrente máxima do motor. O período de amostragem foi de 1ms, o qual permitiu obter bons resultados, sem sobrecarregar o processamento da placa dSPACE. A derivada da posição do elo e do rotor foi obtida a partir de métodos numéricos.

5.1.3 Medição de velocidade

Neste trabalho a medição de velocidade foi realizada inicialmente pela derivação numérica da posição medida pelo encoder, usando o bloco $\frac{du}{dt}$ do Simulink. O resultado da derivação gerou inúmeros ruídos de alta frequência, como era de esperar. Desta forma, foi usado um filtro na saída do bloco derivador. O problema que surgiu então foi a necessidade de sintonizar a frequência do filtro de forma adequada para cada trajetória. Um erro na sintonia do filtro pode ocasionar que sua dinâmica resulte dominante, alterando as propriedades da malha fechada.

Um bom resultado foi obtido pela implementação de uma modificação no bloco derivativo usando a função de transferência $\frac{T_s}{1+\frac{T_s}{d}}$ (Carvalho, 2000). T e d devem ser ajustados de modo a garantir a sintonia do filtro e limitar a amplitude do sinal à saída do filtro em alta frequência, respectivamente.

Aplicando esta última forma de derivação a resposta do robô melhorou consideravelmente, no sentido da redução dos ruídos gerados pela derivação numérica, porém foi introduzida uma defasagem no sinal da velocidade. Atualmente, novos testes estão sendo realizados usando outras técnicas de derivação numérica, como em Ogata (1983).

5.2 Limitações das técnicas de controle clássicas

Com o objetivo de observar as limitações da aplicação dos controladores clássicos em robôs com transmissões flexíveis, foram testados o controlador Proporcional (P), o controlador Proporcional-Derivativo (PD) e o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Começaremos pela implementação do controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID), conforme a seguinte equação, que corresponde à configuração do PID ideal (Ogata, 1983):

$$u = -K_P[(q_2 - q_{2d}) - T_d(\dot{q}_2 - \dot{q}_{2d}) - 1/T_i \int_0^t (q_2 - q_{2d}) d\tau]$$

onde q_2 é a posição do rotor e q_{2d} é a posição desejada.

Existem diversos métodos empíricos que podem ser aplicados na sintonia de controladores PID (Ogata, 1983). Porém, a dinâmica introduzida pela transmissão flexível impede o uso destas técnicas de forma direta neste tipo de robôs, pois o comportamento do sistema poderia ficar instável devido a presença dos modos não colocados. Assim, a sintonia do controlador PID foi realizada a partir de valores iniciais obtidos nas simulações. Depois, baseado nos resultados experimentais, foi realizado um ajuste fino dos ganhos. A Tabela 5.1 mostra os valores obtidos.

Tabela 5.1: Coeficientes da lei de controle PID.

Ganhos	K_P	T_i	T_d
<i>Valor</i>	100	10	20

Analisa-se a seguir o desempenho do robô quando aplicado o controlador PID, no primeiro elo, quando aplicada uma trajetória senoidal, conforme mostra a Equação (5.1)

$$q_d = \sin(wt) \quad (5.1)$$

onde w é a frequência em radianos.

Este tipo de sinal de referência é usado por diversos autores, ver por exemplo (Benallegue, 1991). Foi escolhido, pois o mesmo permite garantir a continuidade e derivabilidade da posição desejada (Spong e Vidyasagar, 1989). Isto é desejável no caso do controle em cascata, como será visto na próxima seção.

Os testes iniciais foram realizados a baixas velocidades, em relação à frequência natural do sistema, aplicando o sinal senoidal com frequência de 0.15 Hz. Nesta situação, o robô pode ser aproximado como sendo rígido, considerando que a frequência natural da mola à saída da transmissão é de 3 Hz, segundo análise realizada no Capítulo 2. Desta forma, evita-se um comportamento instável. A baixas velocidades foi possível observar o efeito do atrito.

A figura 5.4 ilustra a trajetória de posição no primeiro elo do robô quando é aplicado o controle PID.

Observa-se uma boa resposta na posição do elo, porém, analisando com maior detalhe podem ser observados erros de seguimento nos momentos de diminuição da velocidade e na zona próxima à inversão do movimento do elo. Isto se deve ao atrito na estrutura mecânica do robô, o qual não pode ser compensado pelo controlador PID, pois o referido torque de atrito

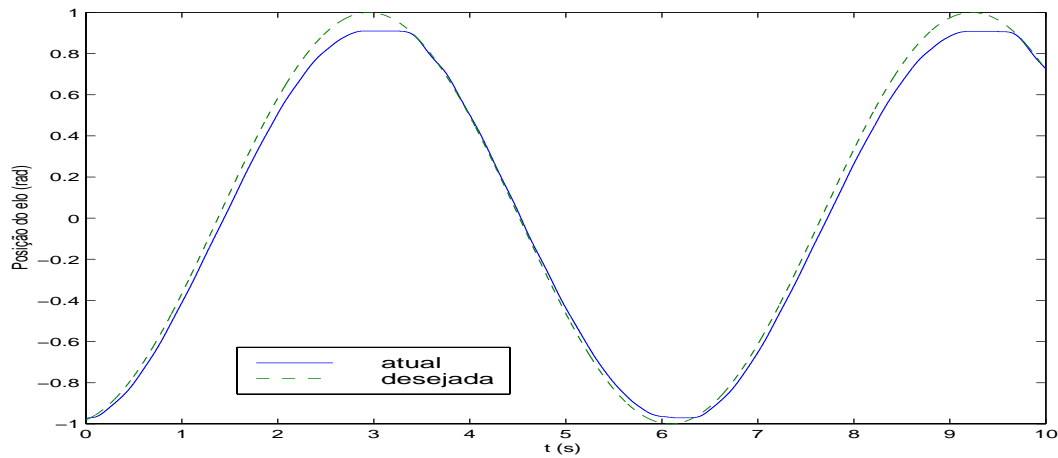


Figura 5.4: Controle PID: Posição e posição desejada - resultado experimental.

encontra-se depois da mola e o controlador corrige apenas os erros que existem no rotor, ou seja, antes da transmissão flexível.

Este resultado era esperado, conforme mostra a simulação realizada na figura 5.5 usando o modelo do robô e considerando o modelo de atrito do primeiro elo. Observam-se os erros devido ao atrito.

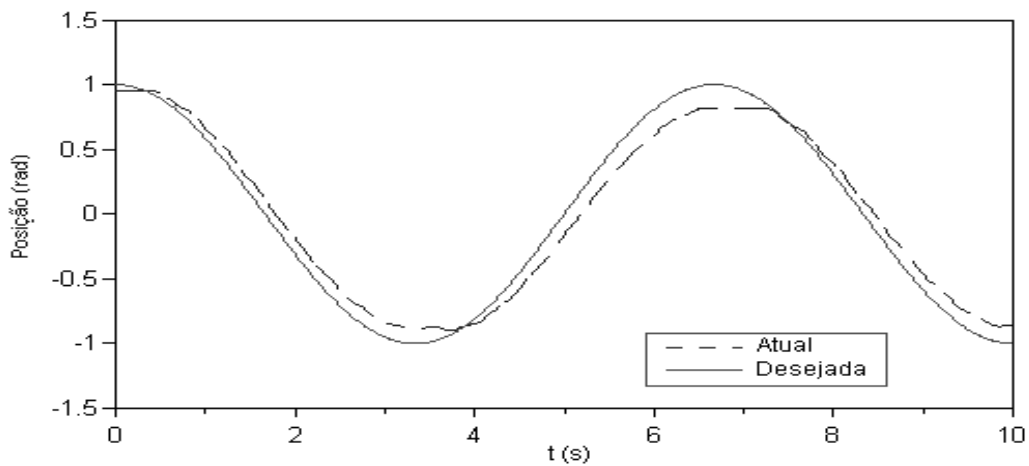


Figura 5.5: Controle PID: Posição e posição desejada - resultado de simulação.

As figuras 5.6 e 5.7 ilustram o comportamento do sistema usando o controle PID ao ser aplicada uma perturbação. A figura 5.6 mostra a resposta do robô quando foi simulada uma colisão no primeiro elo. Nesta aplicação, o robô bate com um obstáculo de forma momentânea.

Observa-se uma resposta adequada, embora permaneçam os erros de seguimento obtidos devido ao atrito.

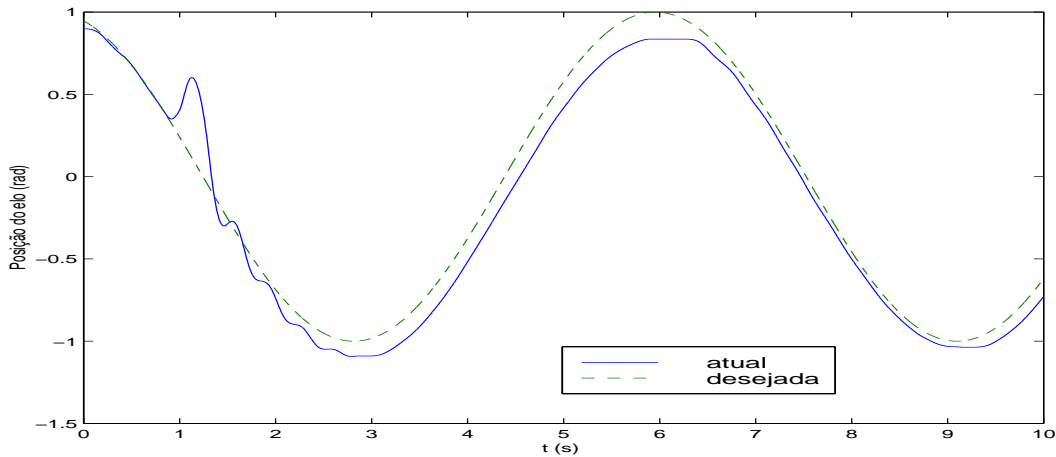


Figura 5.6: Controle PID: Colisão - resultado experimental.

O resultado de simulação, mostrado na figura 5.7, corresponde com o resultado experimental obtido na figura 5.6. Na simulação foi usado o modelo LuGre para o atrito, tratado no Capítulo 4.

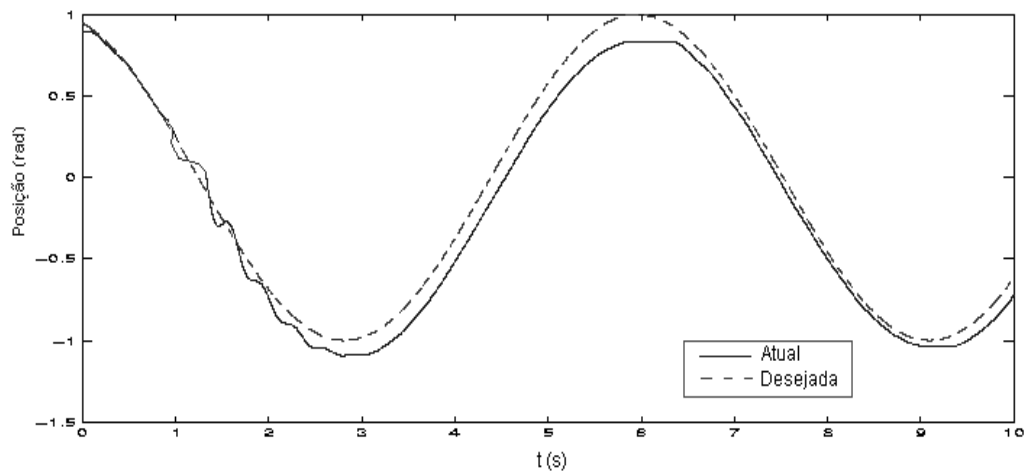


Figura 5.7: Controle PID: Colisão - resultado de simulação.

Outra das limitações dos controladores clássicos é referente ao fenômeno de adere-desliza, ou *stick-slip*, o qual acontece a baixas velocidades devido ao atrito (Dankowicz e Nordmark, 2000a). A figura 5.8 mostra o resultado experimental obtido através da aplicação do

controle PID usando, como trajetória desejada, uma rampa a baixa velocidade para observar o fenômeno, como em Canudas et al. (1995).

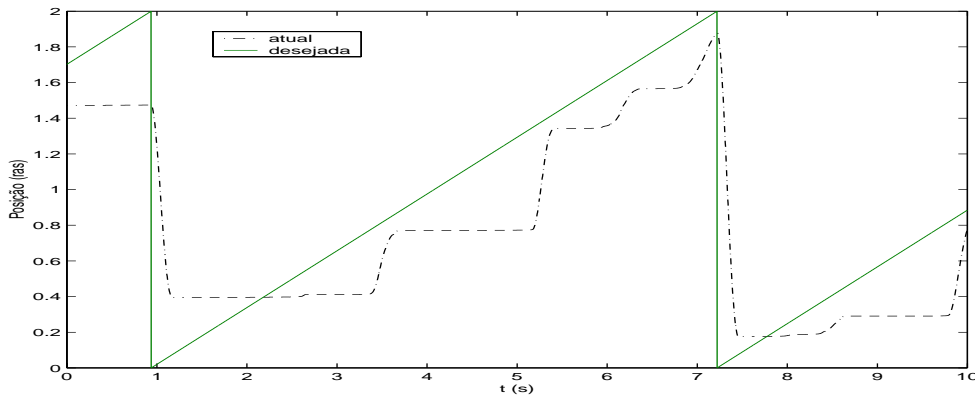


Figura 5.8: Controle PID: Fenômeno de adere-desliza - resultado experimental.

Nas Figuras 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8, mostra-se a necessidade da compensação do atrito. Neste sentido, em uma primeira tentativa testamos o aumento dos ganhos do PID, mas o comportamento do elo resultou oscilatório. Efetivamente, quando tentamos uma resposta mais rápida do sistema, a resposta de frequência da malha fechada aumenta, ficando próxima da frequência natural introduzida pela transmissão flexível. Quando isto acontece, a resposta do sistema torna-se instável. Isto evidencia outra desvantagem da aplicação direta das técnicas de controle clássicas neste tipo de robôs.

De modo geral, na ausência de perturbações e/ou variações de parâmetros a trajetória do elo converge para a trajetória de referência, desde que a mesma seja projetada a baixas velocidades em relação à frequência natural do sistema introduzida pela transmissão flexível. Porém, quando é aplicada uma trajetória mais exigente em termos da velocidade, apareceram os problemas relacionados à transmissão flexível.

Na Figura 5.9 mostra-se a trajetória do elo quando a trajetória de posição tem uma frequência de 3Hz, que constitui a frequência natural do sistema. Observa-se a resposta oscilatória do elo. Este foi um resultado esperado, pois o torque de controle aplicado no rotor atua apenas de forma indireta sobre o elo, através do acoplamento elástico que existe entre o elo e o rotor. Quanto maior é a velocidade da trajetória desejada, maior será o deslocamento entre o elo e o rotor, e maior é a energia absorvida pela mola. Conseqüentemente, maiores serão o tempo de acomodação e os erros de posição, podendo chegar a ocorrer o fenômeno de ressonância torsional (Spong e Vidyasagar, 1989), conforme análise realizada no Capítulo 2.

Uma solução ao problema introduzido pela transmissão flexível em um robô com apenas

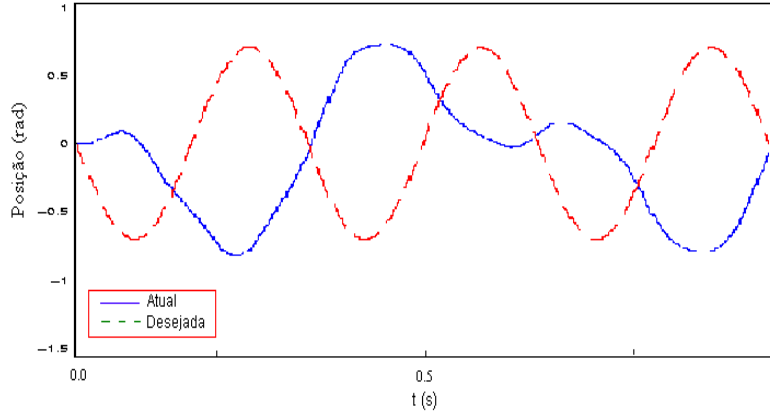


Figura 5.9: Controle PD a altas velocidades: Posição e posição desejada - resultado de simulação.

um elo, quando for aplicada algumas das técnicas de controle clássicas, poderia ser obtida utilizando o filtro de Notch (Barrientos et al., 1997). A limitação desta técnica aparece quando o manipulador possui mais de um elo, pois a frequência do filtro deve então ser sintonizada em tempo real em função da inércia dos elos.

5.3 Controle em cascata

Um dos principais resultados em relação à presença de transmissões flexíveis em robôs manipuladores, consiste no fato de que os controladores clássicos não podem ser aplicados de forma direta neste tipo de robôs, como foi mostrado na seção anterior. Uma solução para o controle deste tipo de robôs poderia ser a aplicação de uma metodologia de controle em cascata, que leve em conta a dinâmica da transmissão flexível.

Na metodologia descrita no Capítulo 3, o torque aplicado na parcela rígida do robô, considerando o elo rígido e a transmissão flexível, utiliza o esquema baseado na passividade (Slotine e Li, 1991). Considerando cada elo de forma independente, o torque elástico desejado é:

$$u_{ed} = I_1 \ddot{q}_{r1} - K_{D1} s_1 \quad (5.2)$$

onde I_1 é a inércia do elo, u_{ed} é o torque elástico desejado, K_{D1} é um ganho positivo de projeto, e:

$$\tilde{q}_1 = q_1 - q_{1d}, \quad \dot{q}_{r1} = \dot{q}_{1d} - \Lambda_1 \tilde{q}_1, \quad s_1 = \dot{q}_1 - \dot{q}_{r1} \quad (5.3)$$

onde Λ_1 é um escalar positivo, \dot{q}_{r1} é a velocidade de referência, e s_1 é interpretado como o erro de velocidade do elo.

A posição desejada para o rotor é:

$$q_{2d} = K_1^{-1} u_{ed} + q_1 \quad (5.4)$$

Para o seguimento de trajetória no rotor é aplicado o torque de controle:

$$u = J_1 v_0 + K_1(q_2 - q_1) - K_{D2} s_2 \quad (5.5)$$

onde v_0 é uma variável de controle nominal definida no Capítulo 3; K_{D2} é um ganho positivo; e s_2 é o erro auxiliar, formado por:

$$s_2 = \dot{\tilde{q}}_2 + \Lambda_2 \tilde{q}_2 \quad (5.6)$$

sendo $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d}$ o erro de posição do rotor e λ_2 é um escalar positivo. No caso dos parâmetros conhecidos:

$$v_0 = \ddot{q}_{2d} - \Lambda_2 \dot{\tilde{q}}_2 = \ddot{q}_{r2} \quad (5.7)$$

Os ganhos do controlador em cascata foram ajustados de modo a obter uma resposta sem vibrações no braço e no rotor. O valor inicial dos ganhos foi obtido a partir das simulações realizadas, devido à boa relação entre o modelo e os resultados experimentais obtidos. O ajuste fino foi realizado diretamente na bancada experimental, começando pelo ajuste dos ganhos no subsistema do rotor e, posteriormente, no subsistema do elo. A Tabela 5.2 resume os ganhos do controlador.

Tabela 5.2: Ganhos do controlador.

Ganhos	K_{D1}	K_{D2}	Λ_1	Λ_2
<i>Valor</i>	1.0	1.0	200.0	2.0

Primeiramente, vamos analisar o que acontece se aplicarmos a mesma trajetória da Figura 5.9 com o objetivo de verificar o comportamento do sistema em malha fechada quando se aplica o controlador em cascata. O objetivo é comparar o resultado com o obtido para o controlador PD. O leitor deve lembrar que a limitação do PD, nesta aplicação, foi devido à resposta de frequência da malha fechada estar próxima da frequência natural do sistema. O resultado foi mostrado na figura 5.10.

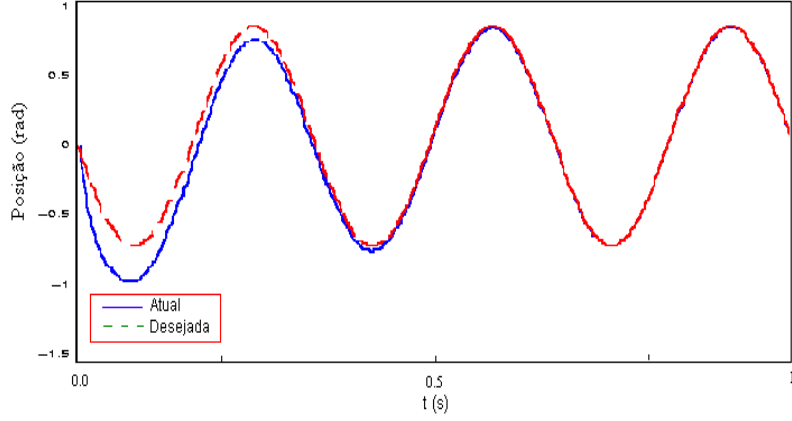


Figura 5.10: Controle em Cascata: Posição e posição desejada - resultado experimental.

Observa-se a resposta adequada do controlador em cascata, mesmo sendo a velocidade da trajetória igual à frequência natural.

Analisaremos a seguir o que acontece a baixas velocidades quando se aplica o controlador em cascata. Cabe destacar que nos testes experimentais realizados inicialmente a trajetória desejada é uma função senoidal (Equação 5.8):

$$q_d = 0.05 \sin(\omega t + \pi/2) \quad (5.8)$$

A Figura 5.11 ilustra a trajetória de posição do primeiro elo. Neste teste ainda não foi realizada a compensação do atrito. Observam-se os erros de seguimento obtidos nos momentos da inversão do movimento devido ao atrito. Esse resultado foi similar ao obtido usando o controlador PID a baixas velocidades (ver Figura 5.4).

Para realizar a compensação do atrito, o torque elástico projetado no elo é modificado usando-se a Equação (5.9), conforme foi descrito no Capítulo 3. Os valores dos parâmetros dos coeficientes do modelo de atrito podem ser encontrados no Capítulo 4.

$$u_{ed} = I\ddot{q}_{r1} - K_{D1}s_1 + \sigma_0\hat{z} + \sigma_1\dot{\hat{z}} + \sigma_2\dot{q}_1 \quad (5.9)$$

A estimativa do estado interno não observável é dada por:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{q}_1 - \sigma_0 \frac{|\dot{q}_1|}{g(\dot{q}_1)} \hat{z} - k_e \sigma_0 s_1 \quad (5.10)$$

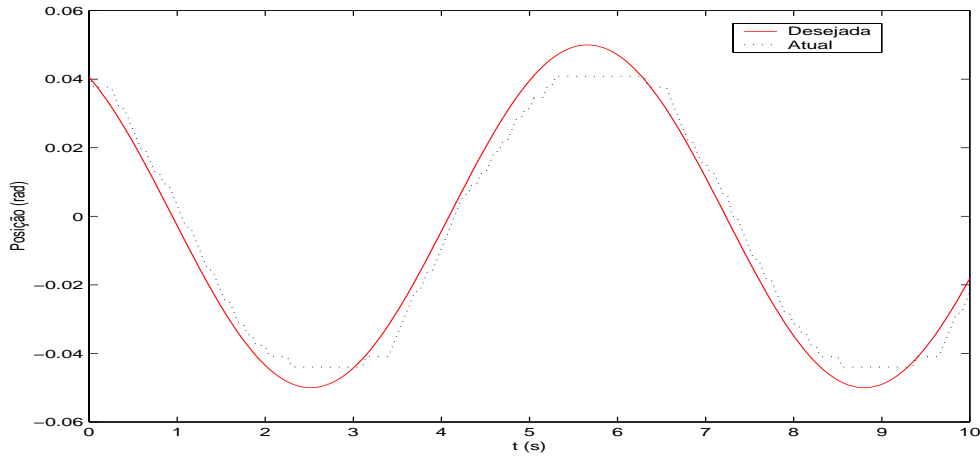


Figura 5.11: Controle em Cascata sem compensação do atrito: Posição e posição desejada - resultado experimental.

Neste trabalho, o valor do ganho k_e foi ajustado experimentalmente de modo a obter uma adequada compensação do atrito, conforme foi descrito no Capítulo 3. O resultado obtido para o primeiro elo foi $k_e = 0.001$.

Cabe lembrar que o modelo LuGre usado para a compensação dinâmica do atrito deve sofrer algumas pequenas alterações para que possa ser utilizado para a compensação de atrito no esquema de controle em cascata. Isto ocorre porque na estratégia de controle em cascata a derivada da força de atrito F é necessária para calcular o sinal de controle. Assim, a função $|\dot{q}_1|$ deve ser suavizada por uma função $m(\dot{q}_1)$, por exemplo:

$$m(\dot{q}_1) = \frac{2}{\pi} \dot{q}_1 \arctan(k_v \dot{q}_1) \quad (5.11)$$

onde k_v é uma constante positiva, como em Guenther e Perondi (2002). Neste trabalho $k_v = 6$. Note que, como a função $|\dot{q}_1|$, a função suavizada é igual a zero na origem: $m(0) = 0$.

A figura 5.12 ilustra a trajetória de posição do elo quando foi aplicado o controlador em cascata considerando a compensação do atrito. Observa-se a redução significativa dos erros de seguimento, tanto nos momentos de diminuição da velocidade, quanto na inversão do movimento. Este resultado foi melhor que o obtido sem compensação de atrito mostrado na Figura 5.11.

Ainda foi observado na inversão do movimento que o torque aplicado no elo se deve, praticamente, ao torque de atrito gerado pelo observador de atrito, como mostra a Figura 5.13. Na figura mostra-se a relação entre o torque de controle no elo u_{ed} e o torque devido à

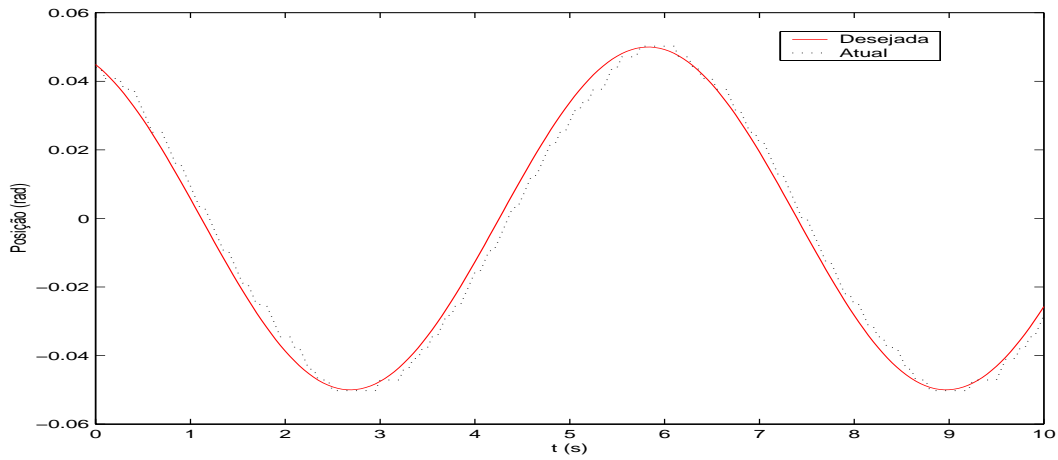


Figura 5.12: Controle em Cascata considerando a compensação do atrito: Posição atual e posição desejada - resultado experimental.

compensação do atrito \hat{F} .

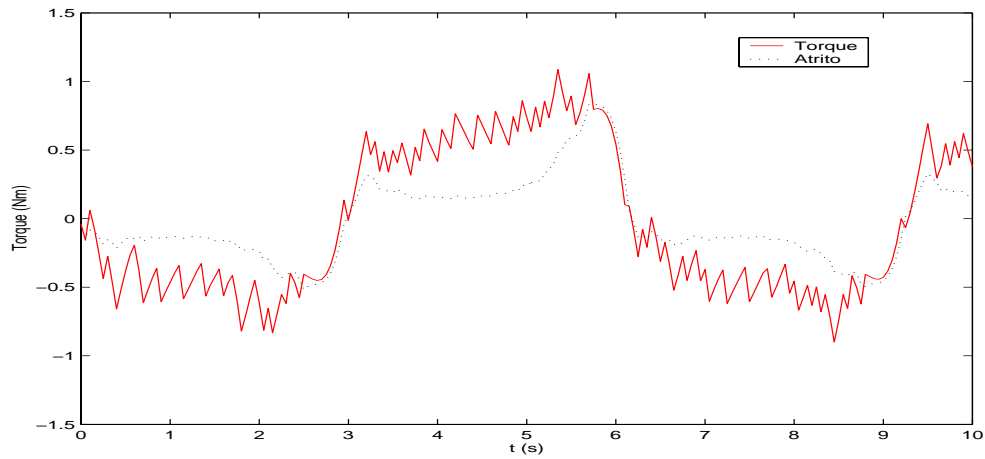


Figura 5.13: Controle em Cascata considerando a compensação do atrito: Torque de controle e torque devido ao atrito - resultado experimental.

Na figura 5.14 mostra-se o resultado de simulação. Observa-se a boa correspondência com o resultado obtido de forma experimental na figura 5.13.

A Figura 5.15 permite comparar os erros de seguimento obtidos pela aplicação do controlador em cascata com e sem compensação do atrito. Os erros de seguimento são maiores quando não é realizada a compensação do atrito.

As Figuras 5.16 e 5.17 mostram, com maior detalhe, a posição do elo e o torque gerado

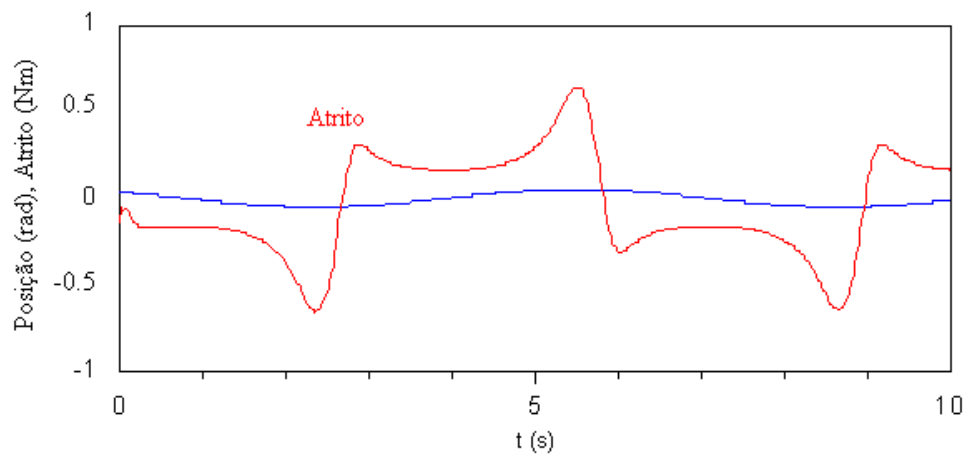


Figura 5.14: Controle em Cascata: Posição do elo e torque de atrito - resultado de simulação.

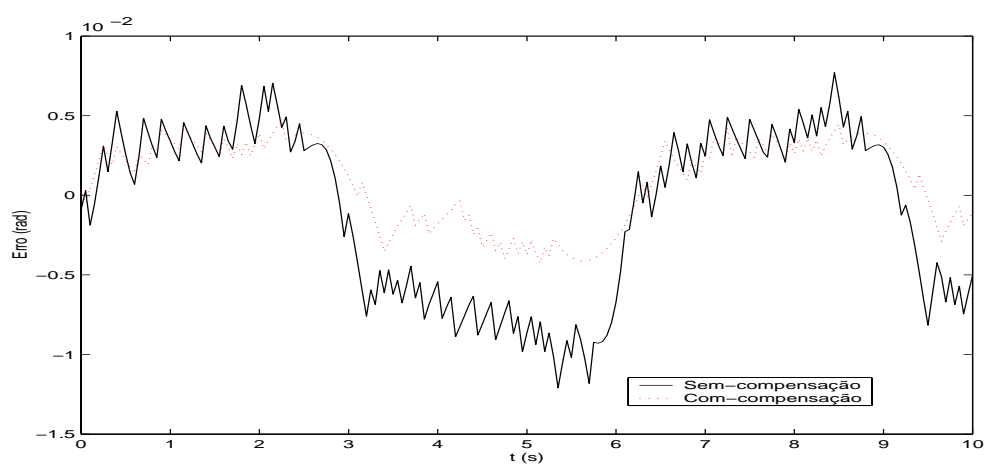


Figura 5.15: Controle em Cascata: Erros de seguimento - resultado experimental

quando foi compensado o atrito, respectivamente, a baixa velocidade. Observa-se a redução significativa dos erros de seguimento, tanto nos movimentos do elo a baixa velocidade, quanto na inversão do movimento. Observa-se ainda a magnitude do torque gerado na inversão do movimento. Quantizando esses resultados temos que o valor do erro quadrático obtido quando não foi realizada a compensação do atrito foi o dobro do valor erro quadrático obtido quando foi realizada a compensação do atrito.

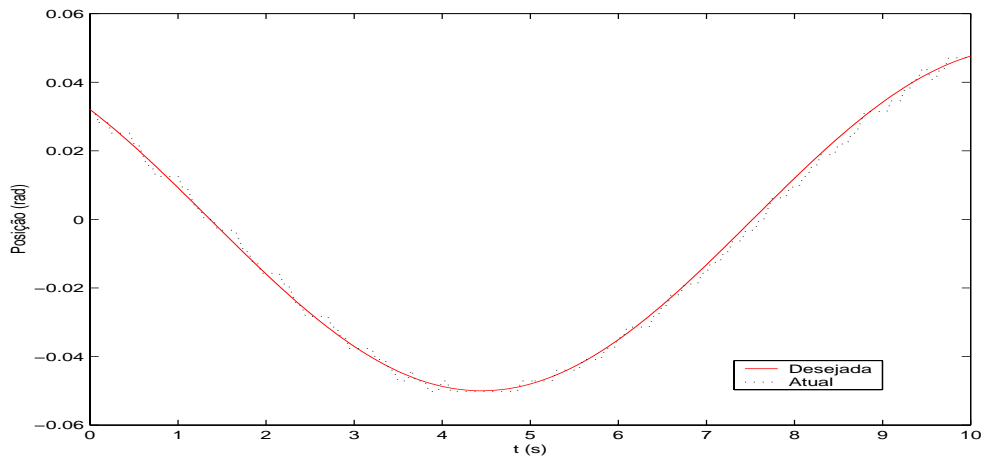


Figura 5.16: Controle em Cascata: Posição atual e posição desejada a baixas velocidades - resultado experimental.

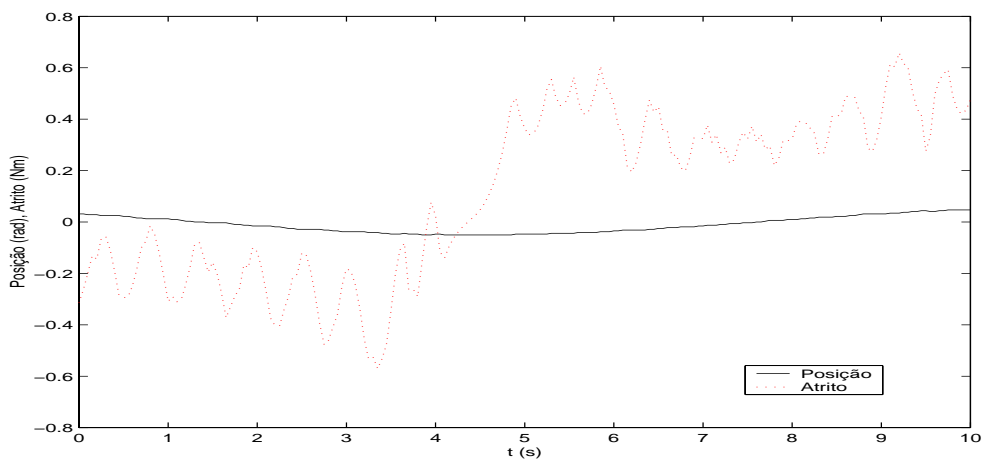


Figura 5.17: Controle em Cascata: Torque de atrito e posição do elo - resultado experimental.

A Figura 5.18 ilustra aplicação da metodologia de controle baseada na técnica do *backstepping*. Embora o seguimento de trajetória é adequado, observa-se que existe um pequeno

erro na inversão do movimento do elo, devido ao atrito. A metodologia descrita deveria então ser modificada para incluir a dinâmica do atrito no projeto do controlador baseado na técnica do *backstepping*.

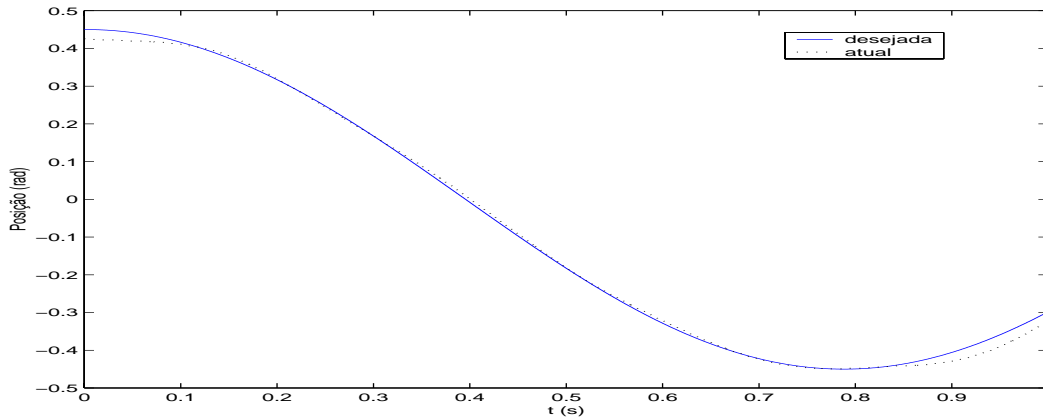


Figura 5.18: Backstepping: Posição do elo - resultado experimental

Foram realizados outros testes usando uma trajetória polinomial, de forma a evidenciar a dinâmica da transmissão flexível e do atrito. O polinômio gerado foi baseado na equação (5.12), como em Guenther e Perondi (2002). Cabe destacar que a trajetória de posição projetada garante continuidade e derivabilidade até ordem 7, o qual é um requerimento que deve ser satisfeito no controle em cascata.

$$y_{dp} = -6t^7 + 21t^6 - 25.2t^5 + 10.5t^4 \quad (5.12)$$

A trajetória polinomial escolhida tem algumas características diferentes da trajetória senoidal usada nas experiências anteriores. A mesma tem segmentos de velocidade constante, superiores aos da função seno testada, e tem ainda segmentos de aceleração constante e inversões do movimento. Assim, se esperam resultados diferentes dos obtidos anteriormente.

A Figura 5.19 ilustra a trajetória de posição do primeiro elo. Observam-se os erros de seguimento obtidos devido ao atrito, que não está sendo compensado.

Para resolver os problemas observados na Figura 5.19 foi implementada a compensação do atrito. A figura 5.20 ilustra a trajetória de posição do elo quando foi aplicado o controlador em cascata considerando a compensação do atrito. Observa-se que o seguimento de trajetória foi melhor que o da figura 5.19.

Neste teste foi observada a dificuldade da sintonia dos ganhos do controlador para se obter uma boa compensação do atrito. Pensamos que poderiam ser obtidos melhores resultados

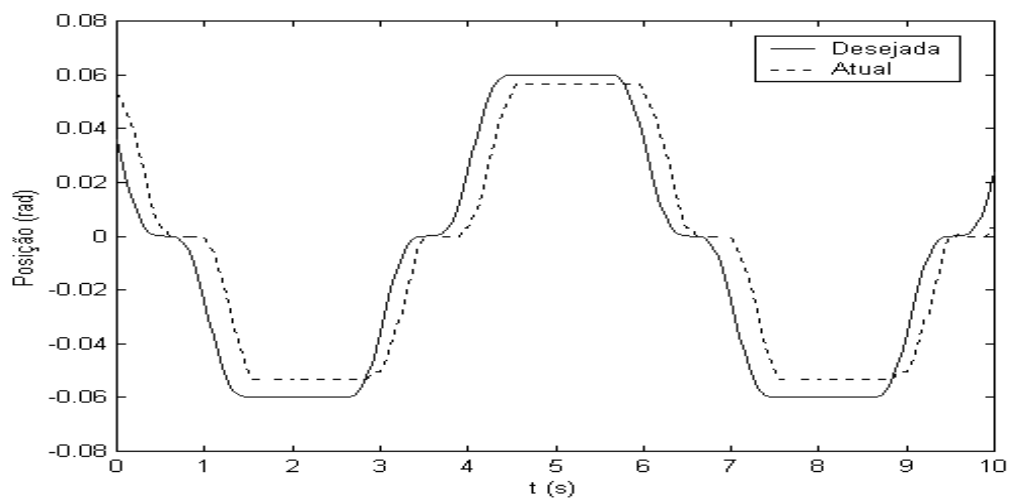


Figura 5.19: Controle em Cascata sem compensação de atrito: Posição obtida e posição desejada - resultado experimental.

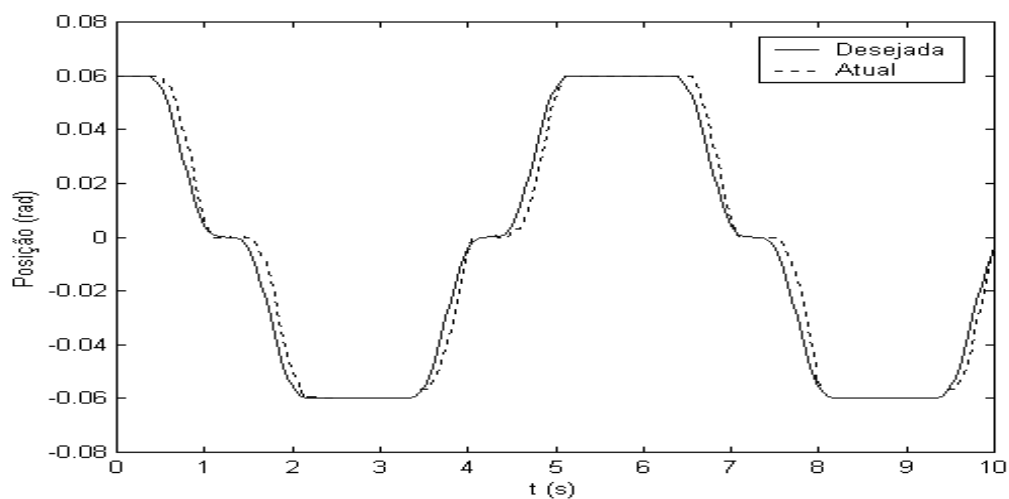


Figura 5.20: Controle em Cascata considerando a compensação de atrito: Posição e posição desejada - resultado experimental.

considerando a adaptação dos ganhos do observador do atrito, ao invés de ganhos fixos, como em Canudas e Lischinsky (1997).

A Figura 5.21 permite comparar os erros de seguimento obtidos pela aplicação do controlador em cascata com e sem a compensação do atrito. Observa-se que os erros são inferiores quando é realizada a compensação do atrito.

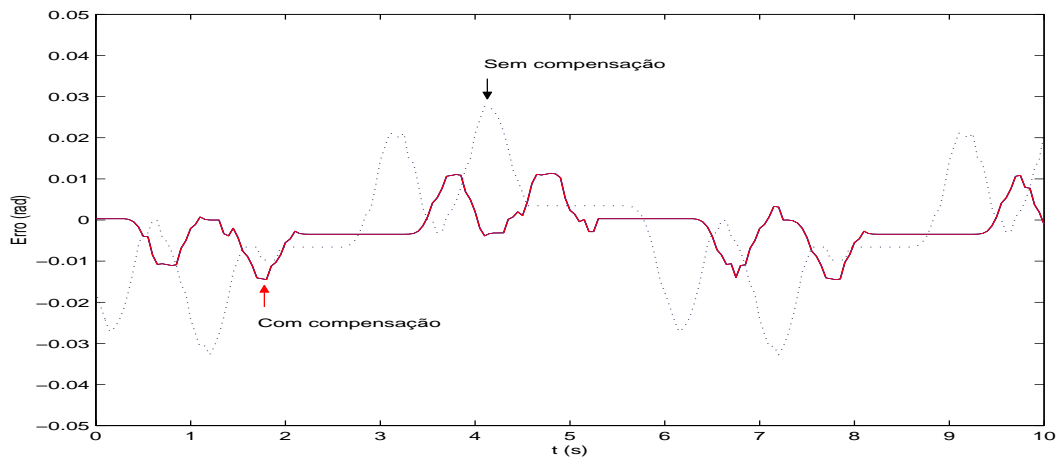


Figura 5.21: Controle em Cascata: Erros de seguimento - resultado experimental.

Outro resultado interessante é a correspondência entre as funções g_v obtidas pelas simulações e experimentos, como mostram as Figuras 5.22 e 5.23.

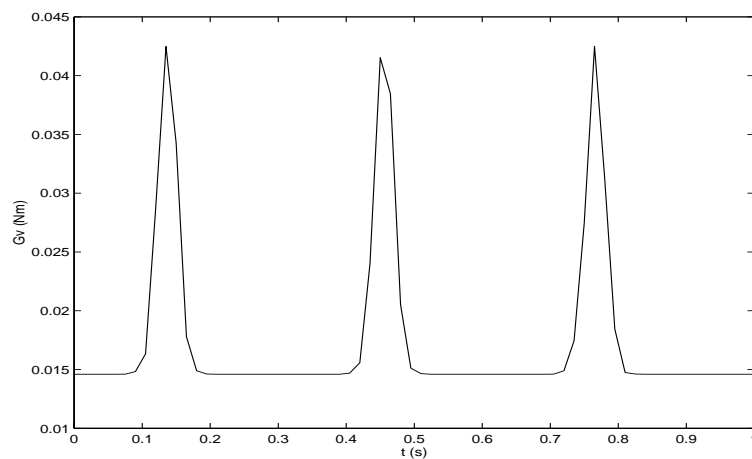


Figura 5.22: Função g_v - resultado experimental.

Na figura 5.24 mostram-se, de forma simultânea, a função g_v e a posição do elo. A partir

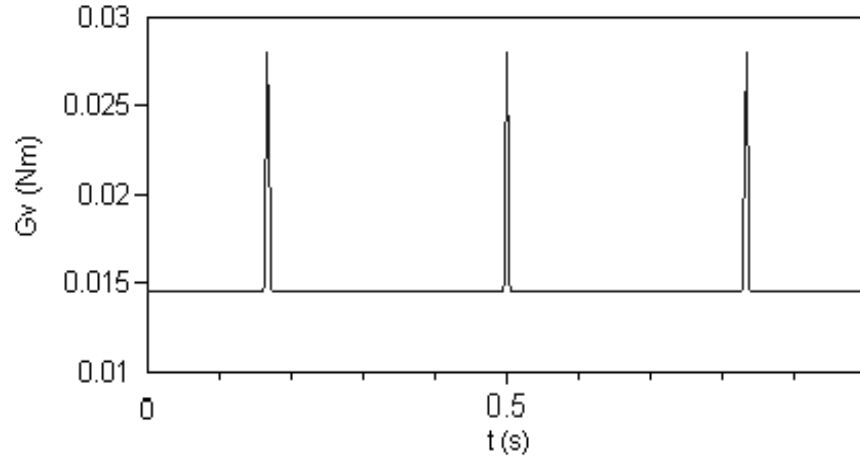


Figura 5.23: Função g_v - resultado de simulação.

do resultado obtido, verificasse a influência de g_v no momento da inversão do movimento, possibilitando a compensação do atrito nesses instantes. Observa-se que g_v é sempre positiva.

Foi testada a robustez do controlador em relação à aplicação de perturbações externas. A figura 5.25 mostra o resultado da aplicação de uma colisão no segundo elo. Na colisão, o elo bate por um instante com um obstáculo. Observa-se que o sistema recupera a posição desejada, rejeitando a perturbação aplicada.

Cabe destacar que os experimentos foram realizados em cada elo de forma independente devido a uma limitação da placa de aquisição de dados que não permitiu a leitura simultânea dos sinais dos quatro codificadores angulares que o robô possui, mas de apenas dois. Esta limitação não reduz a aplicabilidade dos resultados alcançados.

5.4 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados os principais resultados obtidos a partir da aplicação das técnicas de controle descritas na tese em um protótipo de robô planar com duas transmissões flexíveis e dois elos rígidos. Foram observadas as limitações do controle clássico neste tipo de robô. Isto foi verificado a partir de testes realizados usando técnicas de controle clássicas: PID e PD. Foi possível observar que o desempenho da malha fechada do sistema controlador-robô, em relação aos erros de seguimento de posição, foi adequado quando foi aplicada a metodologia de controle em cascata com compensação do atrito. Neste sentido,

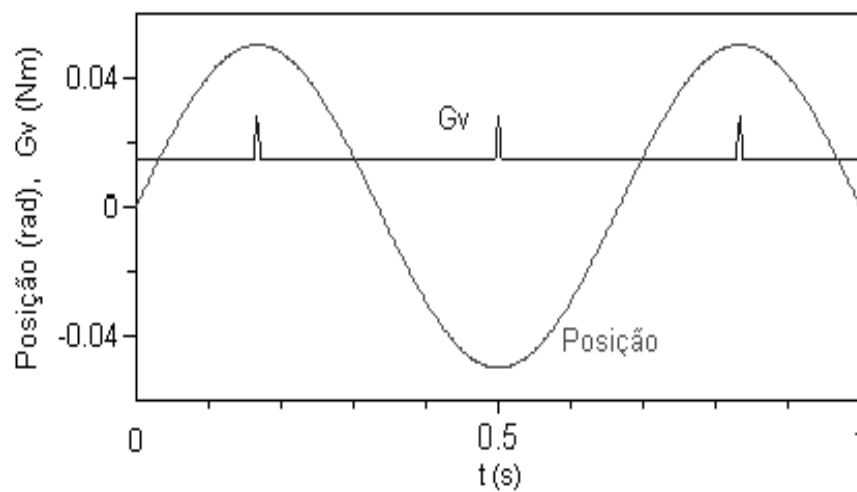


Figura 5.24: Posição do elo e g_v - resultado de simulação.

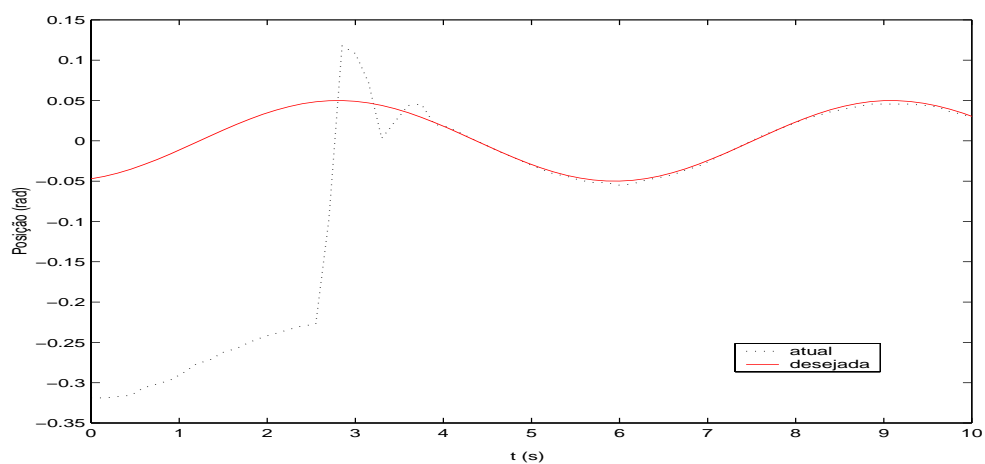


Figura 5.25: Controle em Cascata: Colisão - resultado experimental.

observou-se a redução significativa dos erros de seguimento quando foi implementada a compensação do atrito usando o modelo LuGre. Ainda foi observado o fenômeno de adere-desliza. Os resultados de simulação serviram para validar o modelo do robô descrito no Capítulo 4. Cabe destacar, que foi observada uma boa relação entre os resultados experimentais e de simulação.

Capítulo 6

Conclusões

Foi analisado neste trabalho que a presença de transmissões flexíveis é um aspecto a ser considerado no projeto das leis de controle de posição em robôs manipuladores, sendo particularmente importante em robôs que operam a altas velocidades e utilizam *harmonic drives*, sensores de torques, ou outros elementos elásticos entre o rotor e o elo, conforme foi estudado previamente em (Ramirez, 1998). Nesse tipo de robôs, foi mostrado que os controladores clássicos, como o Proporcional, o Proporcional-Derivativo, e o Proporcional-Derivativo-Integral, têm limitações em relação à sua aplicação. Isto motivou o surgimento de diversas técnicas de controle, como mostra a revisão bibliográfica realizada no Capítulo 1. O estudo realizado nesta temática gerou uma publicação (Ramirez e De Pieri, 1998).

Cabe destacar que, quando o robô tem transmissões flexíveis, o comportamento da malha fechada indica que a dinâmica da transmissão deve ser considerada no projeto da lei de controle devido à existência do chamado *modo não colocado*. Este modo não colocado surge pois o torque de controle é aplicado nos rotores enquanto a posição do elo é medida em outra massa, separada do rotor, para efeitos de modelagem, através de uma mola. O modo não colocado, quando não é considerado no projeto da lei de controle, pode deteriorar consideravelmente o desempenho do robô, chegando a produzir instabilidade, como foi constatado no Capítulo 2. Ainda nesse capítulo mostrou-se que a dinâmica da transmissão flexível dificulta a ação de controle, pois duplica o número de graus de liberdade do modelo do robô, e o mesmo passa a ser parcialmente acionado, dificultando o projeto das leis de controle. Isto foi verificado através de simulações (Ramirez et al., 1999), e através de resultados experimentais (Ramirez, De Pieri e Guenther, 2000b). Nesses trabalhos foi analisada uma estratégia de controle em cascata e outra baseada na técnica do *backstepping*, apresentando-se resultados teóricos, de simulação e experimentais (Ramirez, De Pieri e Guenther, 2003).

No Capítulo 2 também foi tratado o problema do atrito. O modelo de atrito descrito na

tese (LuGre) permite a integração direta com os algoritmos de controle. Em particular, o controlador em cascata apresentado no Capítulo 3 consiste em um exemplo de aplicação desta metodologia. O estudo realizado na temática do atrito gerou duas publicações (Ramirez, Vargas e De Pieri, 2000; Ramirez et al., 2001b). Nesses trabalhos foi analisada a importância da compensação do atrito em robôs industriais através de resultados de simulação e experimentais.

No Capítulo 3 apresentou-se a aplicação de uma estratégia de controle em cascata, baseada no trabalho de Guenther (1993). Nesta estratégia, o esquema de controle interpreta o modelo do robô com transmissões flexíveis como sendo o de dois subsistemas: o subsistema dos elos rígidos e o subsistema dos rotores, interconectados pela dinâmica da transmissão flexível. Foi analisado o problema de seguimento de trajetória, quando os parâmetros do robô são conhecidos e não há aplicação de perturbações externas nem forças de atrito. No caso ideal, em que todos os parâmetros são conhecidos, o controle em cascata permitiu a síntese de um controlador simples. Mostrou-se que o sistema em malha fechada é globalmente estável e que os erros de posição e velocidade convergem exponencialmente para zero. Isto foi verificado através de simulações e resultados experimentais (Ramirez et al., 2001a). Havendo incertezas nos parâmetros, ocorrem erros de seguimento e de regime. Assim, os erros de posição e velocidade convergem globalmente para um conjunto residual que depende dos ganhos do controlador. Nesta tese, a redução dos erros de seguimento foi realizada mediante o emprego de uma lei adaptativa para o controle no subsistema dos elos rígidos, e de uma lei a estrutura variável para o controle no subsistema do rotores.

O estudo das dinâmicas não modeladas foi realizado através da consideração do atrito presente na estrutura mecânica do robô. Os resultados experimentais e de simulação obtidos geraram diversos trabalhos (Ramirez, De Pieri e Guenther, 2000a; Ramirez, De Pieri e Guenther, 2002). Ainda, no Capítulo 3, foi introduzido um observador dos torques de atrito, baseado no modelo LuGre, e adaptou-se a estratégia de controle em cascata para incluir a compensação dos torques de atrito. Para tanto, utilizou-se, com algumas modificações, o observador proposto por Canudas et al. (1995), baseado no trabalho de Guenther e Perondi (2002). Foi realizada a prova da estabilidade para a malha fechada resultante da aplicação do controle em cascata sobre o sistema composto pelos subsistemas de rotores e elos, conjugado com o observador para o atrito. No caso em que os parâmetros do sistema são conhecidos provou-se que, dependendo dos ganhos do controlador, os erros de seguimento apresentam convergência assintótica para zero e a malha fechada é globalmente estável. A estratégia de controle em cascata desenvolvida considerando a compensação dinâmica do atrito, usando

o modelo LuGre, e a prova de estabilidade do sistema em malha fechada em relação à metodologia apresentada, são resultados inéditos no caso de robôs com transmissões flexíveis. O estudo realizado nesta temática gerou uma publicação (Ramirez, De Pieri, Guenther e Rosário, 2003) sendo uma das contribuições mais importantes da tese.

No Capítulo 4 foi descrito o robô projetado para o estudo da flexibilidade nas transmissões. Foi descrita uma metodologia para determinar os parâmetros do robô, considerando as incertezas paramétricas e os parâmetros do modelo do atrito. Os resultados de simulações e ensaios experimentais apresentados no Capítulo 5 mostram que o modelo desenvolvido para o robô é adequado para a utilização no projeto do controlador em cascata proposto no Capítulo 3. O trabalho de identificação dos parâmetros do robô realizado nesse capítulo gerou uma publicação inédita em relação ao robô usado na tese (Ramirez, De Pieri e Kinceler, 2002).

No Capítulo 5 são apresentados os procedimentos adotados para a implementação experimental dos controladores, bem como a metodologia desenvolvida para a escolha e ajuste dos seus ganhos. Os resultados experimentais confirmaram a validade da metodologia em cascata apresentada, considerando a compensação do atrito na estrutura mecânica do robô.

Este trabalho faz parte das pesquisas do Grupo de Robótica da UFSC, em particular, refere-se aos desenvolvimentos realizados no estudo de técnicas de controle de robôs manipuladores com diferentes tipos de acionamentos: elétricos, hidráulicos e pneumáticos. Os resultados obtidos neste trabalho dizem respeito ao controle de posição de robôs manipuladores com acionamento elétrico. As perspectivas para aplicações das técnicas desenvolvidas podem ser divididas em 3 diferentes tipos:

- As estratégias de controle podem ser empregadas em robôs industriais que apresentam o fenômeno de flexibilidade e que permitam a inclusão de diferentes estratégias de controle. Neste caso, a arquitetura dos robôs deve ser do tipo aberta para permitir a inclusão das leis de controle desenvolvidas, estando, por tanto, restritas aos robôs industriais construídos para pesquisa.
- Realizar a extensão das estratégias de controle de posição para tratar problemas de controle de força de robôs manipuladores que apresentam flexibilidades nas juntas. Neste caso abre-se a perspectiva de desenvolvimentos teóricos e a construção e instrumentação de um protótipo para testes experimentais.
- Os robôs manipuladores com flexibilidades nas juntas e acionamento elétrico apresentam características de resposta muito semelhantes aos robôs rígidos com acionamento hidráulico e pneumático. Estas características abrem a possibilidade de adaptar as

técnicas de controle desenvolvidas para controle de robôs com diferentes tipos de acionamentos. Em particular, no contexto do Grupo de Robótica de UFSC, está sendo construído um protótipo de um robô manipulador com acionamento hidráulico, onde diferentes técnicas de controle poderão ser testadas.

Cabe destacar que durante a fase de desenvolvimento e conclusão deste trabalho, foi dada ênfase aos aspectos de construção e instrumentação do protótipo desenvolvido. Os resultados obtidos no trabalho refletem um esforço de sistematização visando à publicação em periódicos internacionais da área.

Em um futuro muito próximo será comum ver os robôs auxiliando nas tarefas domésticas. Nesse caso, será importante que desde a fase de projeto dos mesmos seja considerado algum tipo de flexibilidade, por motivos de segurança.

Apêndice A

Definições básicas

Neste anexo são apresentados os *lemas* utilizados na formulação das leis de controle apresentadas neste trabalho.

A.1 Subsistemas em cascata

O comportamento dinâmico do robô com transmissões flexíveis, é dado pelo seguinte sistema de equações simplificado (Spong e Vidyasagar, 1989):

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= K[q_2 - q_1] \\ J \ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u, \end{aligned} \tag{A.1}$$

Uma mudança adequada de coordenadas pode transformar (A.1) em dois subsistemas em cascata, com entradas u e q_2 , respetivamente. Esta mudança não é única (Brogliato et al., 1995).

A seguinte lei de controle permite decompor em cascata o sistema (A.1) para fins de controle:

$$u = J v + K[q_2 - q_1]$$

onde v é o torque de controle aplicado nos rotores.

Substituindo a expressão de u em (A.1), resulta:

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= u_{ed} + K\tilde{q}_2 \\ \ddot{q}_2 &= v, \end{aligned} \tag{A.2}$$

e $\tilde{q}_2 = q_2 - q_{2d}$.

O torque elástico aplicado na parcela rígida do robô é:

$$u_{ed} = K(q_{2d} - q_1) \quad (\text{A.3})$$

O seguinte *lema* diz respeito à estabilidade da interconexão em cascata de sistemas estáveis quando as soluções (trajetórias de estados) são limitadas.

Lema 1 (Seibert e Suarez, 1987):

Se dois sistemas $\dot{x} = F(x)$ e $\dot{y} = G(0, y)$ são globalmente assintoticamente estáveis, e se cada solução do sistema em cascata

$$\dot{x} = F(x), \quad \dot{y} = G(x, y) \quad (\text{A.4})$$

é limitada para todos os tempos futuros, então, o sistema formado pela interconexão destes subsistemas é também globalmente assintoticamente estável.

A idéia geométrica deste resultado é que se a redução $\dot{y} = G(0, y)$ do sistema é globalmente estável, então o sistema em cascata também o é, devido a que as soluções de (A.4) não crescerão ilimitadamente.

Cabe ressaltar, a partir deste *lema*, que devem ser evitados *picos* de sinais no acoplamento entre os subsistemas devido a que este fenômeno faz as soluções de (A.4) crescer ilimitadamente e a estabilidade global não seria mais garantida (Seibert e Suarez, 1987).

A.2 Lema de Gershgorim

Lema 2 (Lewis e Dawson, 1993):

Seja $A = [a_{ij}]$ uma matriz real simétrica $n \times n$, com:

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1}^n |a_{ij}|, \quad \text{para todo } i = 1, \dots, n, \quad j \neq i. \quad (\text{A.5})$$

Se todos os elementos da diagonal da matriz A são positivos ($a_{ii} > 0$), então a matriz A é definida positiva.

Apêndice B

Passividade

Neste anexo se aborda a idéia do controle baseado na passividade quando aplicada em robôs manipuladores com transmissões flexíveis.

B.1 Propriedade da Passividade

O conceito da passividade generaliza a idéia da conservação de energia em sistemas dinâmicos nos quais não é gerada potência internamente. Esta propriedade permite identificar (mapear) as variáveis de entrada e saída entre as quais não há geração de potência.

No modelo do robô rígido, por exemplo, o mapeamento entre o torque (entrada) e a velocidade nas juntas (saída) é passivo (Slotine e Li, 1991). Nesse modelo a expressão matricial da propriedade estrutural da passividade é dada pela antisimetria da matriz $[\dot{M} - 2C]$ (Ortega e Spong, 1988).

Esta propriedade é muito usada em diversos esquemas de controle.

B.2 Controle baseado na passividade

A existência de um mapeamento passivo entre a entrada e uma saída a ser controlada tem sido utilizada na estabilização de sistemas mecânicos totalmente acionados (Guenther, 1993). Neste caso é possível introduzir um dissipador de energia (amortecimento) diretamente em cada grau de liberdade através da ação de controle o qual, combinado com um sistema em que não há geração interna de energia, permite garantir a diminuição da energia armazenada no sistema.

Esta motivação física permite projetar leis de controle que garantam robustez sem a necessidade do cancelamento de não linearidades (Slotine e Li, 1991).

B.3 Passividade no modelo do robô com transmissão flexível

No modelo do robô com transmissões flexíveis esta propriedade não se verifica diretamente. De fato, a perda da relação de passividade entre a entrada (torque) e a saída a ser controlada (seguimento de trajetória dos elos), impossibilita a aplicação direta do esquema da passividade no modelo do robô com transmissões flexíveis (Guenther, 1993).

O objetivo desta seção é descrever esta técnica, quando o sistema a ser controlado tem menos ações de controle que graus de liberdade, como no caso do modelo do robô com transmissões flexíveis.

O comportamento dinâmico do robô com transmissões flexíveis, é dado pelo seguinte sistema de equações simplificado (Spong e Vidyasagar, 1989):

$$\begin{aligned} M(q_1)\ddot{q}_1 + C(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_1 + G(q_1) &= K[q_2 - q_1] \\ J \ddot{q}_2 + K[q_2 - q_1] &= u, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Para maior simplicidade a equação (B.1) pode ser rescrita em uma forma mais compacta:

$$\bar{M}(q_1)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{G}(q_1) + \bar{K}(q) = m \quad (\text{B.2})$$

onde $\bar{M}(q_1)$, é a matriz de inércia do sistema, que é simétrica, definida positiva e limitada para todo q , formada por:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}$$

onde M é a matriz de inércia do conjunto dos elos; e J é a matriz das inércias dos rotores.

A matriz dos torques centrífugos e de Coriolis tem a seguinte estrutura:

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde C é determinado como no modelo rígido.

O torque gravitacional é dado por:

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde G é determinado como no modelo rígido.

A matriz \bar{K} contém os coeficientes de mola das transmissões, e é definida como:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}$$

Por último, o torque de controle tem a seguinte estrutura:

$$m = \begin{bmatrix} 0 \\ u \end{bmatrix}$$

sendo que u é o torque aplicado nos rotores.

Lema 3 (Brogliato et al., 1995):

O sistema (B.2) define um operador passivo $\Sigma : \mathcal{L}_{2e}^n \rightarrow \mathcal{L}_{2e}^n : u \rightarrow \dot{q}_2$, onde \mathcal{L} representa o espaço de Lebesgue (Vidyasagar, 1993). Isto significa que existe $\beta \in \mathcal{R}$, tal que $\langle u | \dot{q}_2 \rangle > \beta$, para todo $u \in \mathcal{L}_{2e}^n$. Além disto, para todo $q_1, \dot{q}_1 \in \mathcal{L}_{2e}^n$, o sistema:

$$\bar{M}\dot{s} + (\bar{C} + K_D)s + \bar{K} \int_0^t s(\tau) d\tau = \psi \quad (\text{B.3})$$

onde $K_D = K_D^T > 0$, define um operador de saída e:

$$\Sigma_d : \mathcal{L}_{2e}^{2n} \rightarrow \mathcal{L}_{2e}^{2n} : \psi \rightarrow s.$$

Por exemplo, existe $\beta \in \mathcal{R}$ e $\alpha > 0$, tal que: $\langle \psi | s \rangle \geq \alpha \|s\|_2^2 + \beta$ para todo $v \in \mathcal{L}_{2e}^{2n}$. Consequentemente, se $\psi = 0$, temos que $s \in \mathcal{L}_{2e}^{2n}$ e o sistema é passivo.

A prova do *lema* pode ser encontrada em (Brogliato et al., 1995).

Este lema permite estender o controlador passivo de Slotine e Li (1991) para robôs com transmissões flexíveis.

Cabe ressaltar que a extensão não é direta, pois o sistema (B.1) tem menos ações de controle que graus de liberdade, e conseqüentemente a energia do sistema em malha fechada não pode ser controlada arbitrariamente. De fato, observa-se que, nesse modelo, a passividade ocorre entre o torque aplicado no rotor e a velocidade angular dos rotores, enquanto o objetivo de controle continua sendo o seguimento de trajetória dos elos.

Uma solução a este problema pode ser encontrada na aplicação das técnicas de controle em cascata.

Apêndice C

Controle Adaptativo e a Estrutura Variável

Os sistemas à estrutura variável são aqueles cuja estrutura é mudada abruptamente de acordo com uma lógica de chaveamento cujo objetivo é tornar o sistema insensível a variações paramétricas e não linearidades (Utkin, 1977). Os exemplos mais simples de sistemas a estrutura variável são os sistemas a relê, nos quais o sinal de controle tem dois valores: ligado ou desligado. Neste anexo o controle a estrutura variável é combinado com a propriedade da passividade para garantir o seguimento de trajetórias em robôs com transmissões flexíveis. A metodologia de controle que está sendo proposta ainda está em desenvolvimento para incluir a compensação do atrito.

C.0.1 Seguimento de trajetória no subsistema dos elos

O seguimento preciso de trajetórias pode ser conseguido através de métodos adaptativos, aplicados geralmente aos controladores baseados na passividade do modelo rígido do robô (Slotine e Li, 1991). Em particular, os algoritmos baseados na passividade do modelo rígido do robô não necessitam da medição das acelerações para serem implementados, sendo esta a razão para sua escolha por diversos pesquisadores (Ortega e Spong, 1988). Nesta subseção, para garantir o seguimento de trajetória no subsistema dos elos, emprega-se uma lei adaptativa baseada na propriedade da passividade do robô manipulador (ver anexo B).

O torque elástico desejado é redefinido como sendo (Slotine e Li, 1991):

$$u_{ed} = \hat{M}\ddot{q}_{r1} + \hat{C}(q_1, \dot{q}_1)\dot{q}_{r1} + \hat{G}(q_1) - K_{D1} s_1 \quad (\text{C.1})$$

onde \hat{M} , \hat{C} e \hat{G} representam, respectivamente, o valor estimado das componentes da matriz

de inércia dos elos, das forças centrífugas e de Coriolis e dos torques gravitacionais.

A expressão para o torque elástico (C.1) pode ser reescrita como sendo:

$$u_{ed} = Y(q_1, \dot{q}_1, \dot{q}_{r1}, \ddot{q}_{r1})\hat{\theta} - K_{D1} s_1 \quad (\text{C.2})$$

onde $Y \in \mathcal{R}^{n \times r}$ é a matriz regressora; e $\hat{\theta} \in \mathcal{R}^r$ é o vetor de parâmetros estimados (Slotine e Li, 1991).

A lei de adaptação considera o fator de chaveamento para garantir robustez (Ioannou e Kokotovic, 1984):

$$\dot{\hat{\theta}} = -\sigma_s(t)\Gamma\hat{\theta} - \Gamma Y^T s_1 \quad (\text{C.3})$$

onde $\Gamma = \Gamma^T > 0$ é o ganho de adaptação, e σ_s é o fator de chaveamento, que pode ser constante ou variável (Ghorbel e Spong, 1990).

Quando o valor de rigidez das constantes de mola K é conhecido, a posição desejada para os rotores é calculada usando-se (3.8) e (C.2), e resulta em:

$$q_{2d} = K^{-1}Y\hat{\theta} - K^{-1}K_{D1}s_1 + q_1 \quad (\text{C.4})$$

Substituindo o torque elástico (C.1) no modelo em cascata (3.3), obtém-se a equação do erro em malha fechada deste subsistema:

$$M(q_1)\dot{s}_1 + [C(q_1, \dot{q}_1) + K_{D1}]s_1 = Y\tilde{\theta} + K\tilde{q}_2 \quad (\text{C.5})$$

sendo $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ o erro nos parâmetros.

A estabilidade da malha fechada é estudada usando-se a função não negativa:

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^T M(q_1)s_1 + \frac{1}{2}\tilde{q}_1^T P_1 \tilde{q}_1 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (\text{C.6})$$

onde $P_1 = P_1^T > 0$.

A derivada de V_1 em relação ao tempo é:

$$\dot{V}_1 = s_1^T M(q_1)\dot{s}_1 + \frac{1}{2}s_1^T \dot{M}(q_1)s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (\text{C.7})$$

Substituindo $M(q_1)\dot{s}_1$ usando (C.5), obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T C(q_1, \dot{q}_1)s_1 - s_1^T K_{D1}s_1 + s_1^T K\tilde{q}_2 + s_1^T Y\tilde{\theta} + \frac{1}{2}s_1^T \dot{M}(q_1)s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \quad (\text{C.8})$$

Usando a propriedade da antisimetria de $[\frac{1}{2}\dot{M} - C]$ e a lei de adaptação (C.3), obtém-se:

$$\dot{V}_1 = -s_1^T K_{D1} s_1 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 - \sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} \quad (\text{C.9})$$

onde o parâmetro $\sigma_s > 0$ é escolhido para garantir $-\sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} \leq 0$, para $\forall t > 0$ (Slotine e Li, 1991).

As expressões de V_1 e \dot{V}_1 serão utilizadas na demonstração das propriedades de estabilidade da malha fechada resultante da aplicação do algoritmo de controle em cascata.

C.0.2 Controle de trajetória no subsistema dos rotores

Uma metodologia que tem se mostrado eficiente no controle de sistemas não lineares com incertezas, e submetidos a perturbações externas, é o controle a estrutura variável (Utkin, 1977). O objetivo desta técnica é fazer com que os estados do sistema controlado deslizem sobre uma determinada superfície dentro do espaço de estados do sistema. Uma vez que a trajetória de estados alcança esta superfície, mantém-se nela, deslizando até o equilíbrio. No equilíbrio, o sistema controlado adquire as características da superfície projetada.

Nesta subseção é descrito o projeto de um controlador a estrutura variável para gerar o torque que deverá ser aplicado nos rotores para garantir que os elos sigam a trajetória desejada. O objetivo é fazer com que a posição do rotor siga a trajetória q_{2d} , definida em (C.4).

O seguimento de trajetória nos rotores é realizado através da seguinte lei de controle a estrutura variável:

$$u = Ju_0 - m(t) \text{sign}(s_2) + K[q_2 - q_1] - K_{D2}s_2 \quad (\text{C.10})$$

onde $u_0 = \ddot{q}_{2d} - \Lambda_2 \dot{\tilde{q}}_2$ é uma lei de controle nominal, K é a matriz das constantes de mola, $m(t)$ é uma matriz diagonal cujos elementos são funções de modulação projetadas considerando os valores limites das incertezas, tal que, $s_2(t) \rightarrow 0$ e, conseqüentemente, $\tilde{q}_2 \rightarrow 0$; $\text{sign}(\cdot)$ é a função sinal e s_2 é o erro auxiliar definido como em (3.15).

Cabe destacar que as constantes de mola são consideradas conhecidas.

Substituindo (C.10) no subsistema do rotor, que é formado pela segunda equação em (3.1), obtém-se a seguinte malha fechada:

$$J\dot{s}_2 + K_{D2}s_2 = \delta - m(t) \text{sign}(s_2) \quad (\text{C.11})$$

onde δ , é o vetor de incertezas, determinado a partir das incertezas paramétricas, das variáveis medidas e dos valores nominais.

A função de modulação $m(t)$ é projetada como sendo:

$$m(t) = \bar{\delta}(t) + \eta_1$$

onde $\bar{\delta}(t)$ é o limite superior instantâneo para $|\delta(t)|$; e η_1 é uma constante positiva.

O projeto de K_{D2} e $m(t)$ é baseado na função não negativa:

$$V_2 = \frac{1}{2} s_2^T J s_2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2 \quad (\text{C.12})$$

onde J é a matriz de inércia dos rotores; e $P_2 = P_2^T > 0$.

A derivada de (C.12) em relação ao tempo é:

$$\dot{V}_2 = s_2^T J \dot{s}_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (\text{C.13})$$

A expressão de \dot{V}_2 pode ser reescrita como sendo:

$$\dot{V}_2 = s_2^T [\delta - m \operatorname{sign}(s_2)] - s_2^T K_{D2} s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (\text{C.14})$$

Usando a definição de $m(t) = \bar{\delta}(t) + \eta_1$, \dot{V}_2 resulta:

$$\dot{V}_2 = -\eta_1 \|s_2\| - K_{D2} \|s_2\|^2 + \tilde{q}_2^T P_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (\text{C.15})$$

As expressões de V_2 e \dot{V}_2 são utilizadas na análise de estabilidade da malha fechada resultante da aplicação do algoritmo de controle em cascata.

C.0.3 Análise de estabilidade

Seja a função não negativa V , dada por:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2} [s_1^T M(q_1) s_1 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} + s_2^T J s_2 + \tilde{q}_2^T P_2 \tilde{q}_2] \quad (\text{C.16})$$

A derivada de V em função do tempo, resulta:

$$\dot{V} = -K_{D1} \|s_1\|^2 + \tilde{q}_1^T P_1 \dot{\tilde{q}}_1 + s_1^T K \tilde{q}_2 - \sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} - \eta_1 \|s_2\| - K_{D2} \|s_2\|^2 + P_2 \tilde{q}_2 \dot{\tilde{q}}_2 \quad (\text{C.17})$$

Substituindo as definições de s_1 , P_1 e P_2 na equação (C.17), obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 + \Lambda_1^T K \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 + K \dot{\tilde{q}}_1 \tilde{q}_2 - \sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} - \eta_1 \|s_2\| \\ & - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \end{aligned} \quad (C.18)$$

Os ganhos K_{D1} e K_{D2} satisfazem:

$$\begin{aligned} \Lambda_1^T K \tilde{q}_1 \tilde{q}_2 + K \dot{\tilde{q}}_1 \tilde{q}_2 - \eta_1 \|s_2\| \leq & -\Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 - \sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} \\ & - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \end{aligned} \quad (C.19)$$

Usando o teorema de Gershgorim (ver anexo A), obtém-se:

$$\dot{V} \leq \Lambda_1^T K_{D1} \Lambda_1 \|\tilde{q}_1\|^2 - K_{D1} \|\dot{\tilde{q}}_1\|^2 - \Lambda_2^T K_{D2} \Lambda_2 \|\tilde{q}_2\|^2 - \sigma_s \tilde{\theta}^T \hat{\theta} - \eta_1 \|s_2\| - K_{D2} \|\dot{\tilde{q}}_2\|^2 \leq 0 \quad (C.20)$$

Pode-se concluir que a malha fechada formada pelas equações (C.5) e (C.11) é globalmente estável.

Cabe destacar que o trabalho teórico relativo à aplicação destas técnicas em robôs com transmissões flexíveis encontra-se em fase de desenvolvimento, de modo a incluir a camada limite e a compensação do atrito na prova de estabilidade.

Referências Bibliográficas

- Albu-Schäffer, A. e Hirzinger, G. 2000. State feedback controller for flexible joint robots: A globally stable approach implemented on dlr's light-weight robots, *In Proceedings IROS Japan*, **CD-ROM**.
- Albu-Schäffer, A. e Hirzinger, G. 2001. Parameter identification and passivity based joint control for a 7dof torque controlled light weight robot, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, **CD-ROM**.
- Armstrong-Hélouvry, B. 1993. Stick-slip and control in low-speed motion, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(10): 1483–1496.
- Asada, H. e Slotine, J. J. E. 1986. *Robot Analysis and Control*, Jonh Willey and Sons, New York.
- Barrientos, A., Peñín, L. F., Balaguer, C. e Aracil, R. 1997. *Fundamentos de Robótica*, McGraw-Hill, Madrid.
- Battilotti, S., Lanari, L. e Ortega, R. 1996. A unified approach to global set point control for rigid and elastic joint robots, *In Proc. of the SYROCO, IFAC September*: 55–60.
- Benallegue, M. 1991. *Contribution à la Commande Dynamique Adaptative des Robots Manipulateurs Rapides*, Thèse de Doctorat de l'Universite Paris, France.
- Block, J. D. e Spong, M. 1995. Mechanical design and control of the pendubot, *46th Annual Earthmoving Industry Conference April*: 1–8.
- Brogliato, B., Ortega, R. e Lozano, R. 1995. Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study, *Automatica* **31**(7): 941–956.
- Canudas, De Wit, C. 1999. Control design for ultrasonic motors with dynamic friction interface, *In Proceedings of the 14th World Congress of IFAC September*: CD-ROM.

- Canudas, De Wit, C., Astrom, K. J. e Lischinsky, P. 1995. A new model for control of systems with friction, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(3): 419–425.
- Canudas De Wit, C., Bruno Sciliano, B. e Georges, B. 1996. *Theory of Robot Control*, Springer - Verlag London Limited.
- Canudas, De Wit, C. e Lischinsky, P. 1997. Adaptive friction compensation with partially known dynamic model, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **11**: 65–80.
- Carvalho, J. L. M. 2000. *Sistemas de Controle Automático*, Livros Técnicos e Científicos, Brasil.
- Dankowicz, H. e Nordmark 2000a. On the origin and bifurcations of stick-slip oscillations, *Physica* **36**(5): 280–302.
- Dankowicz, H. e Nordmark, A. 2000b. On the origin and bifurcations of stick-slip oscillations, *Physica* **36**: 280–302.
- De Luca, A., Isidori, A. e Nicolò, F. 1985. Control of robot arm with elastics joints via nonlinear elastic feedback, *24th Conf. Decision and Control*, **December**.
- De Souza Leal, C. 1998. *Estabilidade no controle de forças em robôs manipuladores*, Dissertação de Mestrado, PPGEEL/UFSC, Brasil.
- Dupont, P. 1994. Avoiding stick-slip through pd control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(5): 1094–1097.
- Dupont, P. e Dunlap, E. P. 1995. Friction modeling and pd compensation at very low velocities., *Transactions of the ASME* **117**: 8–14.
- Elmqvist, H., Otter, M. e Schlegel, C. 1997. Physical modeling with modelica and dymola and real-time simulation with simulink and real time workshop, *MATLAB conferences in San Jose*, **CD-ROM**.
- Eppinger, S. D. e Seering, W. P. 1987. Understanding bandwidth limitations in robot force control, *IEEE Conference on Robotics and Automation* **December**: 904–909.
- Eppinger, S. D. e Seering, W. P. 1992. Three dynamic problems in robot force control, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **8**(6): 751–758.

- Fantoni, I. e Lozano, R. 2000. Adaptive stabilization of underactuated flexible-joint robots using an energy approach and min-max algorithms, *Proceedings of the American Control Conference* **June**: 2511–2512.
- Ghorbel, F. e Spong, M. W. 1990. Stability analysis of adaptively controlled flexible joint manipulators, *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control* **109**: 310–319.
- Ghorbel, F. e Spong, M. W. 2000. Integral manifolds of singularly perturbed systems with application to rigid-link flexible-joint multibody systems, *International Journal of Non-linear Mechanics* **June**(34): 133–155.
- Gomes, S. C. P. 1995. Modelagem de atritos internos às articulações de robôs manipuladores, *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica* **1b-02**(5): 1–4.
- Gonçalves, A. A. 1995. *Metrologia. Parte 1*, Apostila do curso de Engenharia Mecânica. UFSC.
- Good, M. C., Sweet, L. M. e Strobel, K. L. 1985. Dynamics models for control system design of integrated robot and drive systems, *ASME Journal of Dynamics System Measurement and Control* **107**: 53–59.
- Gorez, R. e Hsu, Y.-L. 1996. Sliding mode control for displacements of servomechanisms with elastic joints, *IFAC 13th Triennial World Congress* **1b-02**(3): 43–48.
- Guenther, R. 1993. *Controle em cascata adaptativo e a estrutura variável de robôs Manipuladores com elos rígidos acionados eletricamente e elos rígidos e transmissões flexíveis*, Tese de Doutorado, COPRE/UFRJ, Brasil.
- Guenther, R., Cunha, M., De Pieri, E. e De Negri, V. 2000. Vs-acc applied to a hydraulic actuator, *In Proceedings of the American Control Conference* **June**: 4124–4128.
- Guenther, R. e Hsu, L. 1993. Variable struture adaptative cascade control of rigid-link electrically driven robot manipulators, *In Proceedings of the IEEE Conf. on Decision and Control*, **CD-ROM**.
- Guenther, R. e Perondi, E. 2002. The pneumatic positioning system cascade control with friction compensation, *In Proc. of Congresso Brasileiro de Automatica*, **CD-ROM**.
- Ioannou, P. A. e Kokotovic, P. V. 1984. Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control, *Automatica* **20**(5): 583–594.

- Jong, H. O. e Lee, J. S. 1997. Control of flexible joint robot system by backstepping desing approach, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **December**: 3435–3440.
- Khalil, H. K. 1992. *Nonlinear systems*, Mcmillan. New York.
- Kokotovic, P. 1991. Joy of feedback: non linear and adaptive, *In Proc. IEEE Conference on Decision and Control* **December**.
- Krzysztof, P. J. e ElMaraghy, H. A. 1992. Dynamic decoupling for hybrid control of rigid/flexible joint robots interacting with the enviroment, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **8**(5): 519–534.
- Krzysztof, P. J. e ElMaraghy, H. A. 1993. Dynamic control of flexible joint robots with constrained end-effector motion, *IFAC World Congress* pp. 345–350.
- Lanari, L., Sicard, P. e Wen, J. T. 1993. Stability analysis for feedforward approximations in the control of flexible joint robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **8**(5): 990–995.
- Lewis, F. e Dawson, A. D. M. 1993. *Control of Robot Manipulators*, McMillan Publishing Company, New York.
- Lozano, R., Valera, A., Albertos, P. e Arimoto, S. 1997. Pd control of robot manipulators considering joint flexibility actuators dynamic and friction, *In Proceedings of the American Control Conference* **July**: 2638–2641.
- Marino, R. e Nicosia, S. 1985. Singular perturbation techniques in the adaptive control of elastics robots, *In Proc. IFAC SYROCO* **September**: 11–16.
- Mills, J. K. 1992. Estability and control of elastic-joint robotic manipulator during constrained motion tasks, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **8**(3): 119–126.
- Myuzkorowski, P. 1991. Robust control of robot manipulators with fast dynamics, *IFAC Symposium on Robot Control* pp. 85–89.
- Nicosia, S. e Tomei, P. 1988. On the feedback linearization of robots with elastic joints, *In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **December**: 180–185.
- Nicosia, S. e Tomei, P. 1992. A method to design adaptive controllers for flexible joint robots, *In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **10**: 835–846.
- Noble, B. e Daniel, J. W. 1977. *Álgebra Linear Aplicada*, Prentice Hall do Brasil, Brasil.

- Ogata, W. 1983. *Engenharia de Controle Moderno*, Prentice Hall.
- Ortega, R., Kelly, R. e Loria, A. 1995. A class of output feedback globally stabilizing controllers for flexible joint robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **11**: 766–770.
- Ortega, R. e Spong, M. W. 1988. Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial, *In Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, **December**.
- Ramirez, A. R. G. 1998. *O Controle de posição no espaço da tarefa de robôs manipuladores com transmissões flexíveis*, Dissertação de Mestrado, PPGEEL/UFSC, Brasil.
- Ramirez, A. R. G. e De Pieri, E. R. 1998. O controle de força-posição de robôs manipuladores com transmissões flexíveis, *Congresso Brasileiro de Automatica* **Setembro**(3): 1119–1124.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 1999. Duas estratégias para o controle de posição de robôs manipuladores com transmissões flexíveis, *Revista ISA*, **Setembro**: 56.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2000a. Controle de força e posição à estrutura variável aplicado em um robô industrial, *Congresso Brasileiro de Automatica* **3**(1): 1539–1544.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2000b. Controle de robôs manipuladores com transmissões flexíveis, *Congresso Brasileiro de Automatica* **3**(1): 1533–1538.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2001a. Experimental set-up for the study and control of joint flexibility in robot manipulators, *Robotics and Manufacturing Conference, Mexico* **Junho**: CD-ROM.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2001b. Experimental study on variable structure controllers applied to an industrial robot with friction compensation, *Dynamic Problems of Mechanics, DINAME* **March**: 195–200.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2002. Experimental study on variable structure controllers applied to an industrial robot with friction compensation, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas* **XXIV**(4): 83–98.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Guenther, R. 2003. Controle em cascata de um manipulador robótico com um elo e uma transmissão flexível, *Revista Brasileira de Automatica*, **Aceito**.

- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R., Guenther, R. e Rosário, J. M. 2003. Cascade control of a single rigid link robot manipulator with joint flexibility considering friction, *SYROCO 2003, IFAC World Congress*, **Aceito**.
- Ramirez, A. R. G., De Pieri, E. R. e Kinceler, R. 2002. Protótipo de robô planar para o estudo e controle da flexibilidade nas transmissões, *Congresso Brasileiro de Automatica Setembro*: 2138–2143.
- Ramirez, A. R. G., Vargas, F. J. e De Pieri, E. R. 2000. Estudo experimental de um controlador a estrutura variável e compensação de atrito em um robô industrial, *Anais do CONEM Agosto*: 524–535.
- Readman, M. 1994. *Flexible Joint Robots*, CRC Press, Florida.
- Rocco, P., Ferretti, G. e Magnani, G. 1996. Implicit force control for industrial robots in contact with stiff surfaces, *IFAC World Congress* **1b-11(2)**: 355–360.
- Seibert, P. e Suarez, P. 1987. Global stabilization of cascade systems, *System and Control Letters* **14**: 347–352.
- Seto, W. 1964. *Theory and problems of mechanical vibrations*, McGraw-Hill.
- Slotine, J. J. E. e Li, W. 1991. *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall International.
- Spong, M. e Block, D. J. 1995. The pendubot: A mechatronic system for control research and education, *34th IEEE Conf. on Decision and Control* **December**: 555–556.
- Spong, M. W. 1987. Modelling and control of elastics joint robots, *ASME, Journal of Dynamics System Measurement and Control* **109**: 310–319.
- Spong, M. W. e Vidyasagar, M. 1989. *Robot Dynamics and Control*, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Sprenger, B., Kucera, L. e Mourad, S. 1997. Balancing of an inverted pendulum with a scara robot, *ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, **CD-ROM**.
- Tomei, P. 1991. A simple pd controller for robots with elastic joints, *IEEE Transactions on Automatic Control* **36(10)**: 1208–1213.
- Utkin, V. I. 1977. Variable structure with sliding modes, *IEEE Transactions on Automatic Control* **1(1)**: 212–222.

- Utkin, V. I. 1987. Discontinuous control systems: State of art in theory and applications, *IFAC 10th World Congress on Automatic Control* **1**: 75–94.
- Vidyasagar, M. 1993. *Non Linear Systems Analysis*, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Wang, Z. e Khorrami, F. 2000. Robust trajectory tracking for manipulators with joint flexibility via backstepping, *In Proceedings of the American Control Conference*, **June**: 2849–2853.
- Yang, J. H. 1999. Adaptive tracking control for rigid-links manipulators with joint flexibility, *In Proceedings of the IEEE/ASME International Conference in Advanced Mechatronics* **110**(10): 269–274.
- Yoshikawa, T. 1990. *Foundations of Robotics Analysis and Control*, The MIT Press, EUA.
- Youcef-Toumi, K. e Gutz, D. A. 1994. Impact and force control: Modelling and experiments, *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control* **116**: 89–98.